Misura del periodo di oscillazione di un pendolo

Un esperimento di fisica in aula

Proff. Luigi Cappiello e Mario Merola

Precorso di Fisica
Dipartimento di Agraria
Università di Napoli Federico II

10 settembre 2025

Sommario

1. L'esperimento
2. Le misure
3. Parametri statistici
4. Errore del Valore Medio e Risultato Finale
5. Conclusioni
6. Una Legge del moto del pendolo?

L'Esperimento

- **Partecipanti:** 26 studenti del corso di Fisica (primo anno SFA e TAL)
- **Strumenti:** Cronometri dei cellulari
- **Setup:** Pendolo di circa un metro davanti alla cattedra
- **Obiettivo:** Introdurre la fisica come scienza sperimentale attraverso la partecipazione attiva

Metodologia

Ipotesi di lavoro

Gli studenti formano un gruppo omogeneo:

- Età simile
- Vista simile
- Tempi di reazione simili

Verifica

Se l'ipotesi fosse falsa, ce ne accorgeremmo dall'analisi della distribuzione delle misure.

Strategia di Misura

Miglioramento della precisione

- Misurato il tempo per **10 oscillazioni complete**
- Diviso il risultato per 10
- Precisione aumentata di un fattore 10

Ipotesi implicita

Isocronismo del pendolo: ogni oscillazione avviene nello stesso tempo

I Dati Raccolti - Lunghezza del pendolo uguale a 1m

Tempo per 10 oscillazioni (s)

19.32, 20.41, 18.93, 19.23, 19.78, 19.64, 19.66, 19.34, 19.01, 18.90,
19.74, 19.00, 18.53, 19.32, 18.45, 19.21, 19.44, 19.45, 19.04, 19.43,
19.20, 19.30, 19.28, 19.33, 20.28, 18.80

Dividendo per 10: Periodo di Oscillazione (s)

1.932, 2.041, 1.893, 1.923, 1.978, 1.964, 1.966, 1.934, 1.901, 1.890,
1.974, 1.900, 1.853, 1.932, 1.845, 1.921, 1.944, 1.945, 1.904, 1.943,
1.920, 1.930, 1.928, 1.933, 2.028, 1.880

Osservazioni sui Dati

- **Ampio spettro** di valori: da 1.845 s a 2.041 s
- **Cifre significative:** tipicamente 4, fino a 5 cifre

Problema

Una singola misura (es. $t_1 = 1.932$ s) suggerisce precisione al millisecondo, ma differisce dalle altre per decimi di secondo!

Conclusione

Il numero di cifre di una singola misura è eccessivo. Serve un'analisi statistica.

Rappresentazione Grafica

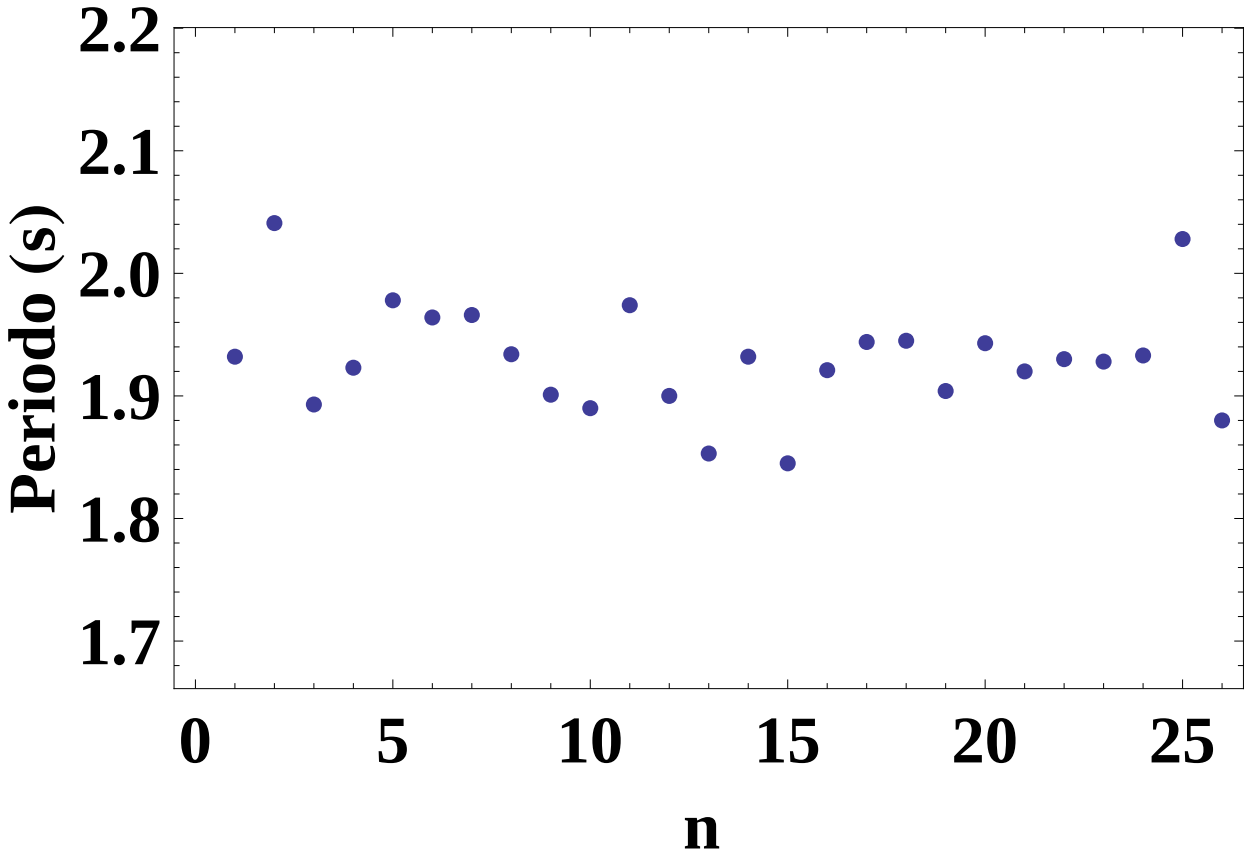


Figura: Distribuzione delle singole misure del periodo

I dati non si distribuiscono casualmente, ma attorno a un valore centrale.

Valore Medio

Definizione

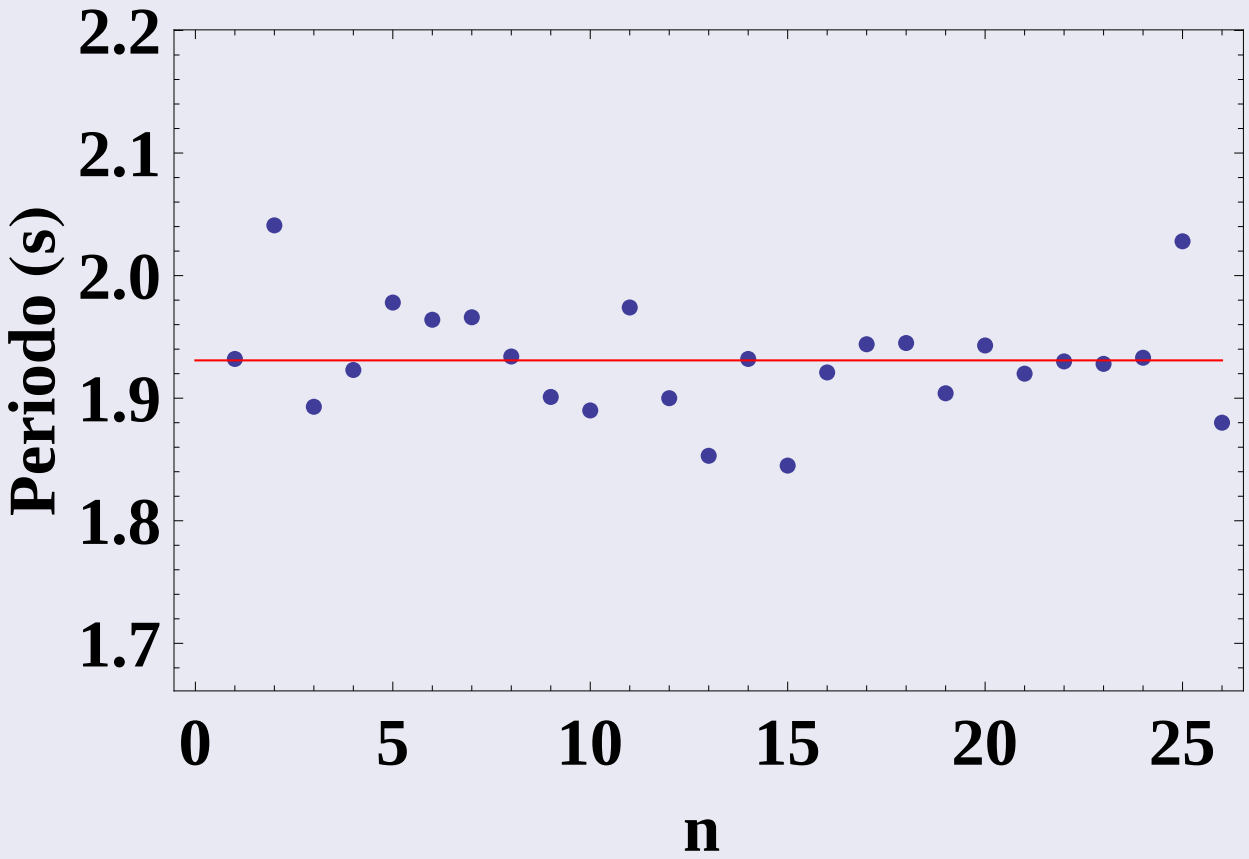
$$\bar{t} = \frac{t_1 + t_2 + \ldots + t_N}{N} = \frac{\sum_{n=1}^{N} t_n}{N}$$

Risultato

Con $N = 26$:

$$\bar{t} = 1.93085 \text{ s}$$

Rappresentazione grafica



- Tutti i dati si bilanciano attorno al valore medio
- È la migliore stima del valore reale
- Ma serve anche una stima dell'errore!

Dispersione dei Dati - Range

Range (R)

$$R = t_{\text{max}} - t_{\text{min}} = 2.041s - 1.845s = 0.196s$$

Limitazione

Il range dipende solo dai due valori estremi e ignora la distribuzione della maggior parte dei dati.

Serve un parametro che descriva meglio come si distribuiscono i dati.

Scarto Lineare

Definizione

Per ogni dato t_n:

$$\text{Scarto lineare} = t_n - \bar{t}$$

- **Positivo** se $t_n > \bar{t}$
- **Negativo** se $t_n < \bar{t}$

Proprietà importante

$$\sum_{n=1}^{N} (t_n - \bar{t}) = 0$$

La somma di tutti gli scarti lineari è sempre nulla!

Deviazione Standard

Definizione

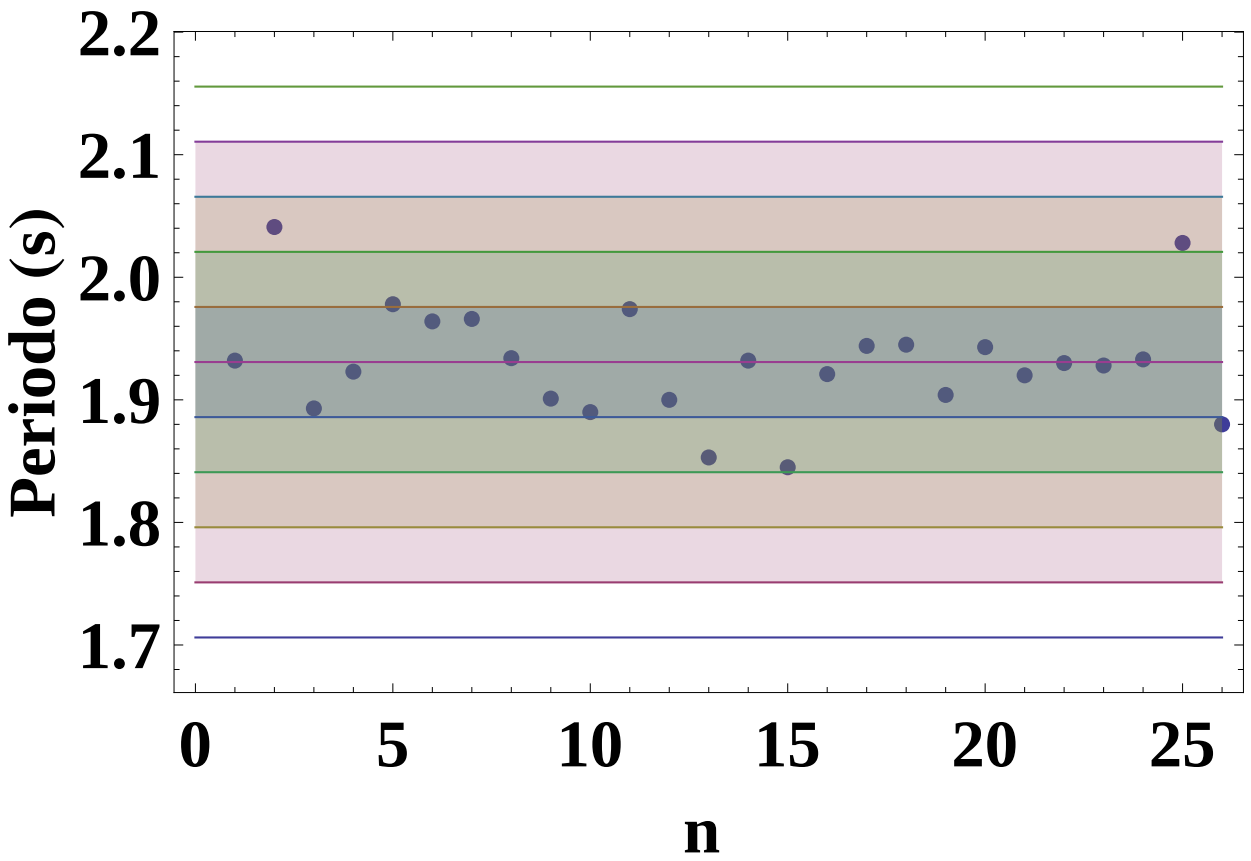
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{N}(t_n - \bar{t})^2}{N-1}}$$

- Usa gli **scarti quadratici** (sempre positivi)
- Non importa se la misura è maggiore o minore della media
- Importa solo **quanto** differisce dal valor medio
- Dimensioni: stesse delle misure originali

Risultato

$$\sigma = 0.045 \text{ s}$$

Significato della Deviazione Standard



- $\bar{t} \pm \sigma$: contiene circa il 77% delle misure
- $\bar{t} \pm 2\sigma$: contiene il 92% dei dati
- $\bar{t} \pm 3\sigma$: contiene il 100% delle misure

Probabilità Teoriche

Distribuzione normale

In presenza di soli errori casuali:

- **68.3%** dei dati in $\bar{t} \pm \sigma$
- **95.5%** dei dati in $\bar{t} \pm 2\sigma$
- **99.7%** dei dati in $\bar{t} \pm 3\sigma$

I nostri dati sono compatibili con una distribuzione normale!

Errore del Valore Medio

Attenzione!

σ descrive la dispersione delle singole misure, NON l'errore del valore medio!

Considerazioni

- Il valore medio si confronta con altri valori medi
- Valori medi hanno dispersione minore delle singole misure
- L'errore deve diminuire aumentando il numero di misure

Formula corretta

$$\sigma_{\bar{t}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

Risultato Finale

Calcolo

Con $N = 26$ e $\sigma = 0.045$ s:

$$\sigma_{\bar{t}} = \frac{0.045}{\sqrt{26}} = 0.009 \text{ s}$$

Misura completa

$$T = \bar{t} \pm \sigma_{\bar{t}} = (1.931 \pm 0.009) \text{ s}$$

Errori

- **Errore relativo:** $\frac{\Delta T}{T} = 0.005$
- **Errore percentuale:** 0.5%

Interpretazione Statistica

Aspettative

Ripetendo l'esperimento con un nuovo gruppo di 26 studenti:

- Il nuovo valore medio dovrebbe differire al più di $\pm\sigma_{\bar{t}}$ dal nostro risultato
- Molto improbabile una differenza $> 3\sigma_{\bar{t}}$

Test di compatibilità

Se due esperimenti danno risultati che differiscono per più di $3\sigma_{\bar{t}}$, i risultati sono statisticamente incompatibili.

Lezioni Apprese

1. La **fisica è sperimentale**: necessità di misure multiple
2. **Singole misure** possono essere ingannevoli
3. L'analisi statistica è **essenziale** per:
   - Stimare il valore reale della grandezza fisica
   - Quantificare l'incertezza della misura
4. Il **valore medio** è la migliore stima
5. L'**errore del valore medio** $\sigma_{\bar{t}}$ decresce con $\sqrt{N}$

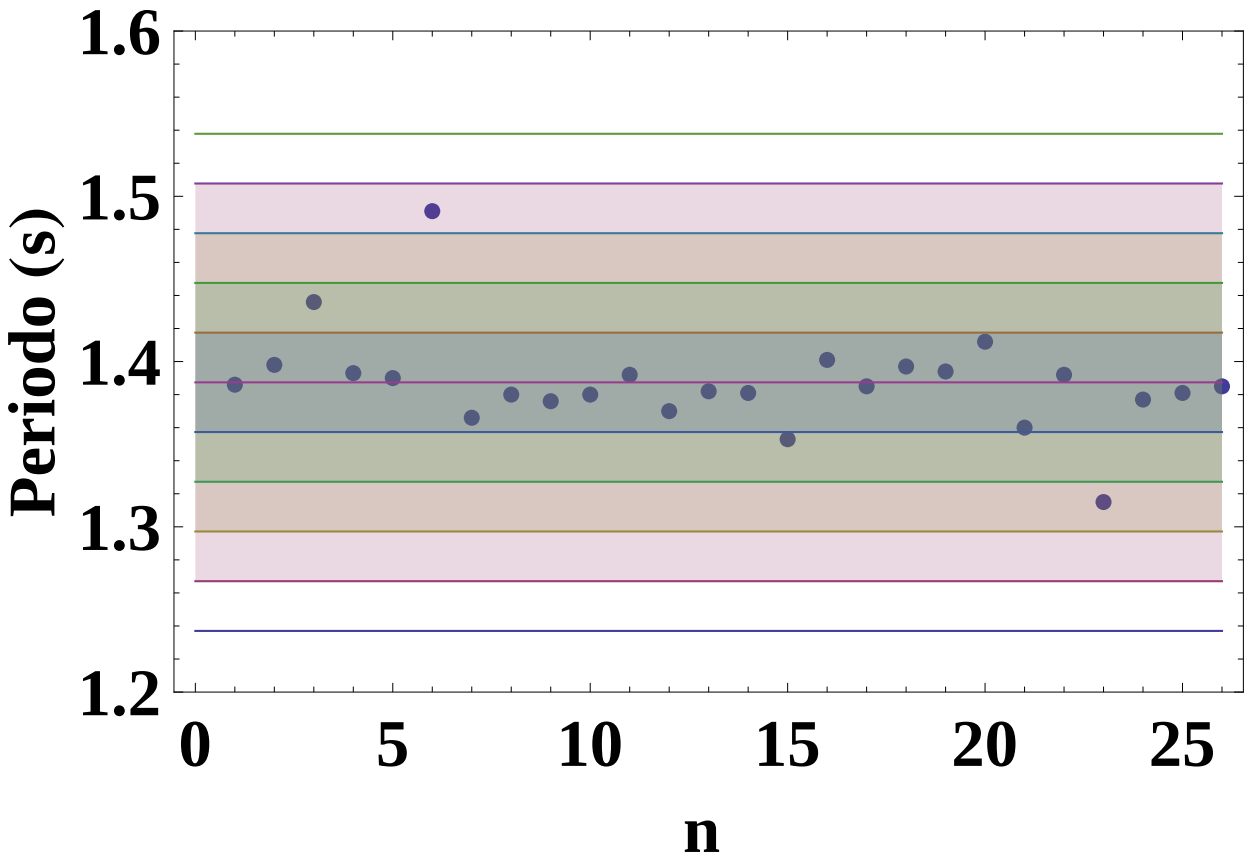
Risultato dell'Esperimento

Periodo del pendolo di lunghezza 1m:

$$\boxed{T = (1.931 \pm 0.004)\ \text{s}}$$

Errore relativo: 0.5%

Pendolo di lunghezza 0.5 m



$$T = (1.387 \pm 0.005)\ \text{s}$$

Scoperta di una possibile "Legge fisica del pendolo"

Consideriamo il rapporto tralle lunghezze dei pendolo ed i quadrati dei periodi nei due casi:

$$\frac{l_1}{T_1^2} = 0.26, \qquad \frac{l_{1/2}}{T_{1/2}^2} = 0.27$$

Non scriviamo l'errore, perche' non abbiamo dato quello delle misure delle lunghezze del pendolo.

Ipotesi teorica

Sembra che ci sia una quantita' con le dimensioni di un'accelerazione, che ha lo stesso valore nel moto di ogni pendolo!

Durante il corso scopriremo che questa quantità e uguale a $\frac{g}{4\pi^2}$, dove $g = 9.81 m/s^2$ è l'accelerazione di con cui cadono tutti i corpi sulla Terra (a livello del mare). I due valori ottenuti darebbero come valori di g: 10.3 e 10.6, che differiscono dal valore reale di meno del 9%. **Non male!**