

# La probabilità nelle prove Invalsi: analisi in verticale

Le prove INVALSI come strumenti per riflettere

**Alice Lemmo** – IC Ovidio Roma

**Francesca Martignone** - Università del Piemonte Orientale

**Federica Ferretti** - Libera Università di Bolzano-Bozen

# Alcune misconcezioni

**The Evolution with Age of Probabilistic, Intuitively Based Misconceptions**

Efraim Fischbein; Ditzia Schnarch

# Intuition

- Fishbein definisce il concetto di **intuition** come cognizione che appare soggettivamente evidente, direttamente accettabile, olistica, coercitiva ed estrapolativa.
- La cognizione intuitiva si distingue dalla cognizione analitica e logica per la sua apparente ovvietà.
- È chiaro che molto spesso esse entrano in **conflitto**.

# Fischbein e Schnarch (1997)

- Gli autori hanno studiato in verticale alcune possibili misconcezioni nel campo dei problemi di probabilità.
- Nello specifico discutono e analizzano alcuni esempi di problemi affrontati da soggetti in diversi gradi scolari (studenti di grado 05, 07, 09 e 11 e universitari (futuri insegnanti)) per generare ipotesi su come **specifiche misconcezioni possano diminuire, stabilizzarsi o aumentare progredendo nei gradi di istruzione.**

In un particolare gioco del lotto, il giocatore deve scegliere 6 numeri da un totale di 40 numeri a disposizione.

Sara ha scelto 1,2,3,4,5,6.

Guglielmo ha scelto 39,1,17,33,8,27.

Chi ha più probabilità di vincere?

la misconcezione principale è chiamata *rappresentatività*:  
*consiste nella tendenza a stimare la probabilità di un evento tenendo conto del fatto che esso può rappresentare alcuni aspetti specifici della popolazione a cui appartiene.*

In altre parole, in questo caso si riferisce alla scelta dei numeri, Sara sceglie numeri consecutivi mentre Guglielmo numeri apparentemente casuali.

**The Evolution with Age of Probabilistic, Intuitively Based Misconceptions**

Efraim Fischbein; Ditzia Schnarch

In un particolare gioco del lotto, il giocatore deve scegliere 6 numeri da un totale di 40 numeri a disposizione.

Sara ha scelto 1,2,3,4,5,6.

Guglielmo ha scelto 39,1,17,33,8,27.

Chi ha più probabilità di vincere?

	Gradi				
	5	7	9	11	S.U.
Sara	0	0	0	0	0
<b>Guglielmo</b>	<b>70</b>	<b>55</b>	<b>35</b>	<b>35</b>	<b>22</b>
Stessa probabilità	30	45	65	65	78

**The Evolution with Age of Probabilistic, Intuitively Based Misconceptions**

Efraim Fischbein; Ditzia Schnarch

Lanciando una moneta, ci sono due possibili esiti: testa o croce.

Sara ha lanciato tre volte la moneta e ha ottenuto tutte e tre le volte testa.

Sara sta per lanciare di nuovo la moneta: qual è la probabilità che ottenga per la quarta volta testa?



La misconcezione principale, chiamata *effetto negativo della recenza* (o “fallacia del giocatore”), consiste nel reputare più probabile un’alternanza di esiti (e conseguentemente meno probabile la ripetizione di uno stesso evento) perché questo comportamento sembra meglio rappresentare una sequenza casuale.

**The Evolution with Age of Probabilistic, Intuitively Based Misconceptions**

Efraim Fischbein; Ditzia Schnarch

Lanciando una moneta, ci sono due possibili esiti: testa o croce.

Sara ha lanciato tre volte la moneta e ha ottenuto tutte e tre le volte testa.

Sara sta per lanciare di nuovo la moneta: qual è la probabilità che ottenga per la quarta volta testa?

	Gradi				
	5	7	9	11	S. U.
<b>Minore della probabilità di ottenere croce</b>	<b>35</b>	<b>35</b>	<b>20</b>	<b>10</b>	<b>0</b>
Uguale alla probabilità di ottenere croce	40	55	70	90	94
Maggiore della probabilità di ottenere croce	0	5	10	0	0
Altre risposte	25	5	10	0	0

**The Evolution with Age of Probabilistic, Intuitively Based Misconceptions**

Efraim Fischbein; Ditzia Schnarch



Immagina di tirare due dadi contemporaneamente.  
Quale evento ha più probabilità di verificarsi?

- Ottenere la coppia 5-6
- Ottenere la coppia 6-6
- Le due coppie hanno la stessa probabilità di uscita



Ci sono poi delle misconcezioni che invece sembrano rimanere stabili nel tempo come ad esempio quelle legate agli eventi semplici e composti

**The Evolution with Age of Probabilistic, Intuitively Based Misconceptions**

Efraim Fischbein; Ditzia Schnarch

Immagina di tirare due dadi contemporaneamente.  
Quale evento ha più probabilità di verificarsi?

- Ottenere la coppia 5-6
- Ottenere la coppia 6-6
- Le due coppie hanno la stessa probabilità di uscita

	Gradi				
	5	7	9	11	S.U.
Ottenere la coppia 5-6	15	20	10	25	6
Ottenere la coppia 6-6	0	0	0	0	0
<b>Entrambe hanno la stessa probabilità</b>	<b>70</b>	<b>70</b>	<b>75</b>	<b>75</b>	<b>78</b>
Altre risposte	15	10	15	0	16

The Evolution with Age of Probabilistic, Intuitively Based Misconceptions

Efraim Fischbein; Ditzia Schnarch

ma...

- è importante per un insegnante analizzare come si è scelto di chiedere e indagare su questa misconcezione.
- la scrittura delle opzioni di risposta può far pensare alla coppia ordinata  $(5,6)$  e non all'evento "esce 5 su un dado e 6 sull'altro" che è invece dato dalle coppie  $(5,6)$  e  $(6,5)$ .
- Questo pone dei dubbi sul fatto che i dati riportati da Fischbein e Schnarch (1997) sulla persistenza della misconcezione negli anni nonostante il progredire della scolarizzazione potrebbe essere dovuta a diversi fattori

ma...

- Le difficoltà rilevate infatti potrebbero anche essere lette come problematiche legate all'interpretazione del testo.
- Riflettiamo sul fatto che il tipo di risposta dipende anche dalle specifiche caratteristiche del problema proposto.
- In particolare, come è scritto il testo, la struttura del compito, la situazione problematica considerata, etc.
- **È evidente che la conoscenza della materia da parte degli insegnanti è indispensabile, ma è necessaria anche la capacità di prevedere o comprendere diversi processi e risultati prodotti dagli studenti in specifiche situazioni.**

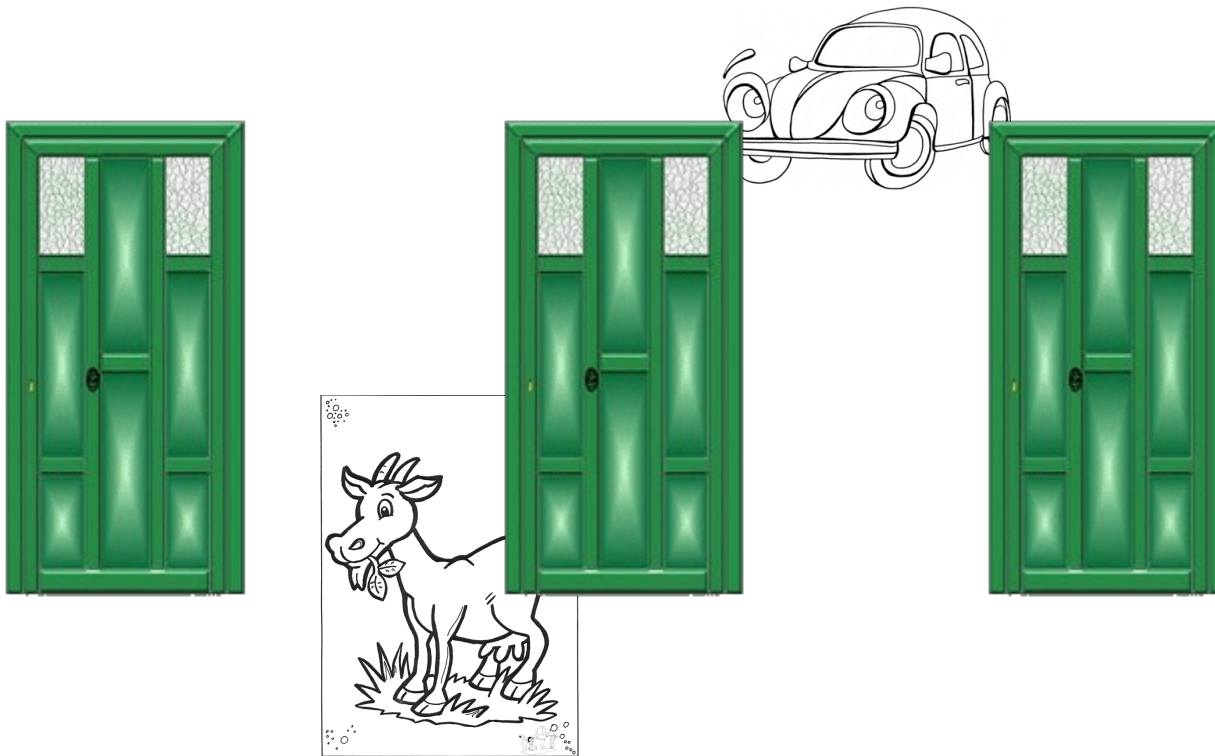
# Un ponte tra due indirizzi di ricerca

- Per identificare e comprendere le possibili difficoltà e misconcezioni degli studenti non basta quindi conoscere gli schemi risolutivi corretti dei problemi presi in considerazione, ma è importante per un insegnante anche esplicitare e riflettere sulle motivazioni che possono generare diverse strategie risolutive (corrette e non).
- conoscenza interpretativa

UN ALTRO ESEMPIO FAMOSO

# Le tre porte

Nel gioco vengono mostrate al concorrente tre porte chiuse; dietro ad una si trova un'automobile, mentre ciascuna delle altre due nasconde una capra.



# Le tre porte

Il giocatore può scegliere una delle tre porte, vincendo il premio corrispondente. Dopo che il giocatore ha selezionato una porta, ma non l'ha ancora aperta, il conduttore dello show – che conosce ciò che si trova dietro ogni porta – apre una delle altre due rivelando una delle due capre.



# Le tre porte

A questo punto il conduttore offre al giocatore la possibilità di cambiare la propria scelta iniziale, passando all'unica porta restante...

**Voi cosa fareste?**

33,3%

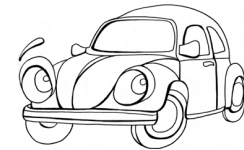
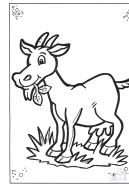
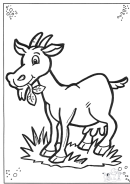
PORTA 1

66,6%

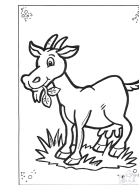
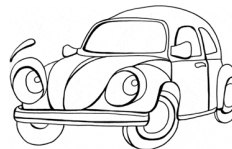
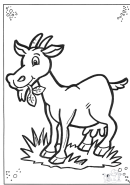
PORTA 2

PORTA 3

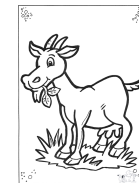
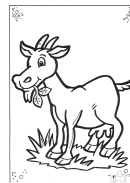
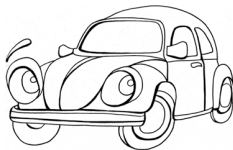
1)



2)



3)



CAMBIANDO LA NOSTRA SCELTA  
ABBIAMO IL 66,6% DI  
PROBABILITA' DI VINCERE

# Le prove INVALSI e i quesiti di probabilità

# Le prove invalsi

- A livello di sistema, la restituzione dei dati fornisce informazioni sui livelli di apprendimento degli studenti italiani
- La comparazione dei risultati dei propri studenti con gli esiti a livello nazionale può essere utile a ciascun insegnante per individuare punti di forza e criticità delle scelte didattiche adottate
- Può condurre a un miglioramento dei percorsi didattici effettivamente realizzati in classe.

# Le prove invalsi

- Partendo dai risultati delle prove INVALSI cercherò di stimolare alcune riflessioni costruttive ai fini del miglioramento delle pratiche didattiche.
- Uno degli scopi di queste attività è infatti quello di condurre gli insegnanti verso una riflessione autonoma sia sulla valutazione degli apprendimenti degli allievi, sia sull'efficacia e sulla coerenza dei curricula effettivamente realizzati in classe.
- Sulla base della ricerca in didattica della matematica e delle Indicazioni Nazionali per il curriculum.

# SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO

Traguardi e obiettivi

# SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO

## Traguardi per lo sviluppo delle competenze

Nelle situazioni di incertezza (vita quotidiana, giochi, ...) si orienta con valutazioni di probabilità

## Obiettivi di apprendimento

- In semplici situazioni aleatorie, individuare gli eventi elementari, assegnare a essi una probabilità, calcolare la probabilità di qualche evento, scomponendolo in eventi elementari disgiunti.
- Riconoscere coppie di eventi complementari, incompatibili, indipendenti.



# Discutiamo

Leggiamo, analizziamo e interpretiamo alcuni quesiti INVALSI e i dati raccolti nella scuola secondaria di I grado.

**Per scegliere chi deve lavare i piatti del pranzo, Marco, Lorenzo e Livia decidono di lanciare due volte una moneta da 1 euro come quella che vedi in figura:**



**Testa**



**Croce**

**Stabiliscono che:**

- **se verranno 2 croci, laverà i piatti Marco;**
- **se verranno 2 teste, laverà i piatti Livia;**
- **se verranno una testa e una croce, laverà i piatti Lorenzo.**

**a. Pensi che tutti e tre abbiano la stessa probabilità di lavare i piatti?**

- ☐ **Sì**
- ☐ **No**

Riguarda la problematica degli eventi semplici e composti sul tipo del Quesito 3 di Fischbein e Schnarch. Nel quesito INVALSI sono usate le monete invece dei dadi e si chiede direttamente se tre eventi composti hanno la stessa probabilità di verificarsi.

.....

.....

.....

Per scegliere chi deve lavare i piatti del pranzo, Marco, Lorenzo e Livia decidono di lanciare due volte una moneta da 1 euro come quella che vedi in figura:



Testa



Croce

Stabiliscono che:

- se verranno 2 croci, laverà i piatti Marco;
- se verranno 2 teste, laverà i piatti Livia;
- se verranno una testa e una croce, laverà i piatti Lorenzo.

a. Pensi che tutti e tre abbiano la stessa probabilità di lavare i piatti?

- ☐ Sì
- ☐ No

b. Giustifica la tua risposta.

.....

.....

.....

Item a.

Percentuali nazionali



- Risposte corrette 33.3%
- Risposte errate 64.9%
- Risposte Mancate 1.8%

Per scegliere chi deve lavare i piatti del pranzo, Marco, Lorenzo e Livia decidono di lanciare due volte una moneta da 1 euro come quella che vedi in figura:



Testa



Croce

Stabiliscono che:

- se verranno 2 croci, laverà i piatti
- se verranno 2 teste, laverà i piatti
- se verranno una testa e una croce

a. Pensi che tutti e tre abbiano la stessa probabilità?

- ☐ Sì  
☐ No

b. Giustifica la tua risposta.

.....  
.....  
.....

## Risposta esatta

Lo studente deve esplicitare perché la probabilità che esca TC (o CT) è diversa rispetto alla probabilità che esca TT o CC.

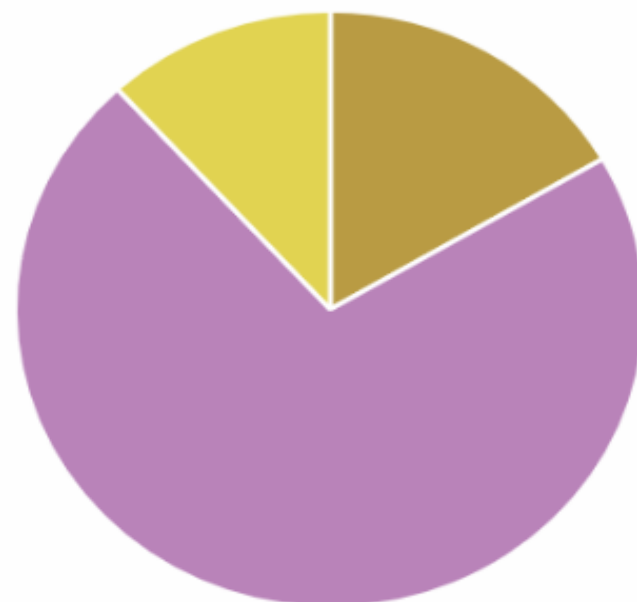
Esempi di risposta corretta:

- *Lorenzo ha più probabilità di lavare i piatti perché lui laverà sia che esca T e poi C, sia che esca C e poi T.*
- *Marco e Livia laveranno i piatti solo se escono CC e TT, mentre Lorenzo sia se esce TC sia CT.*
- *Marco: CC; Livia: TT; Lorenzo: CT o TC quindi Lorenzo ha due possibilità mentre gli altri solo una.*

*CC o TT =  $\frac{1}{4}$  oppure 25%; CT o TC =  $\frac{1}{2}$  oppure 50% o scritte equivalenti.*

## Item b.

### Percentuali nazionali



- Risposte corrette 16.6%
- Risposte errate 71.6%
- Risposte Mancate 11.8%

**Grado 08  
2010**

Un dado non truccato è stato lanciato 70 volte di seguito. La seguente tabella riporta la frequenza con cui ciascun numero è uscito.

Numero uscito	Frequenze
1	11
2	10
3	11
4	16
5	9
6	13

Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa.

		V	F
a.	Poiché il 5 è uscito meno volte, la probabilità che esca 5 nel lancio successivo è maggiore rispetto agli altri numeri	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	Poiché il 4 è uscito più volte, la probabilità che esca 4 nel lancio successivo è maggiore rispetto agli altri numeri	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	La probabilità che esca 5 nel lancio successivo è uguale a quella che esca 4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

I problemi relativi alle misconcezioni legate all'effetto posistivo o negativo della recenza.

Un dado non truccato è stato lanciato 70 volte di seguito. La seguente tabella riporta la frequenza con cui ciascun numero è uscito.

Numero uscito	Frequenze
1	11
2	10
3	11
4	16
5	9
6	13

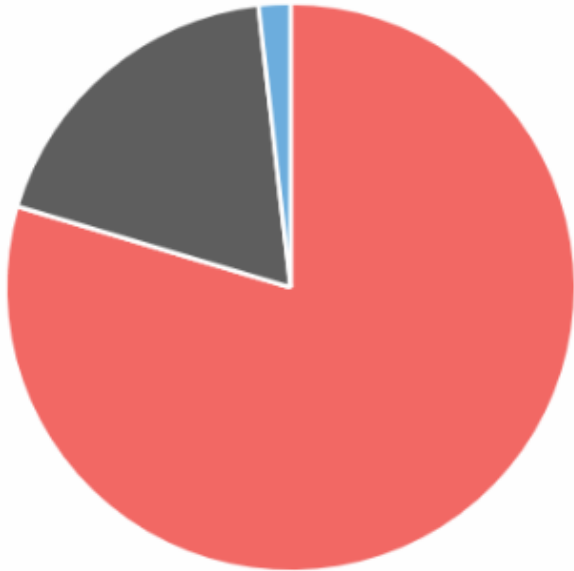
Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa.

		V	F
a.	Poiché il 5 è uscito meno volte, la probabilità che esca 5 nel lancio successivo è maggiore rispetto agli altri numeri	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	Poiché il 4 è uscito più volte, la probabilità che esca 4 nel lancio successivo è maggiore rispetto agli altri numeri	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	La probabilità che esca 5 nel lancio successivo è uguale a quella che esca 4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Risposta esatta

F

Percentuali nazionali



- Risposte corrette 79.6%
- Risposte errate 18.6%
- Risposte Mancate 1.8%

Un dado non truccato è stato lanciato 70 volte di seguito. La seguente tabella riporta la frequenza con cui ciascun numero è uscito.

Numero uscito	Frequenze
1	11
2	10
3	11
4	16
5	9
6	13

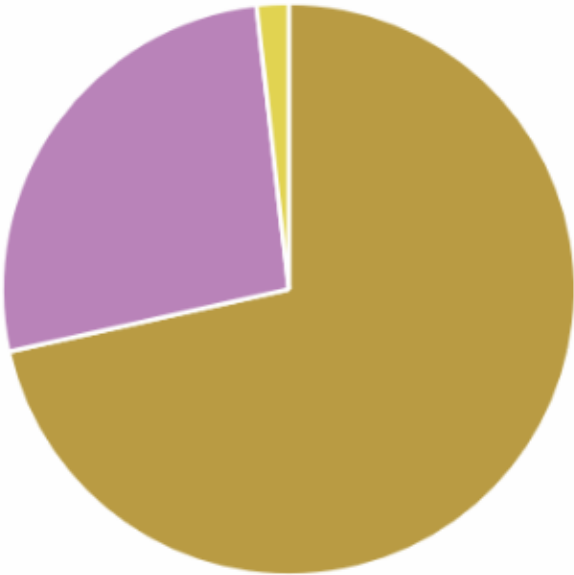
Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa.

		V	F
a.	Poiché il 5 è uscito meno volte, la probabilità che esca 5 nel lancio successivo è maggiore rispetto agli altri numeri	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	Poiché il 4 è uscito più volte, la probabilità che esca 4 nel lancio successivo è maggiore rispetto agli altri numeri	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	La probabilità che esca 5 nel lancio successivo è uguale a quella che esca 4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Risposta esatta

F

Percentuali nazionali



- Risposte corrette 71.5%
- Risposte errate 26.7%
- Risposte Mancate 1.8%

Un dado non truccato è stato lanciato 70 volte di seguito. La seguente tabella riporta la frequenza con cui ciascun numero è uscito.

Numero uscito	Frequenze
1	11
2	10
3	11
4	16
5	9
6	13

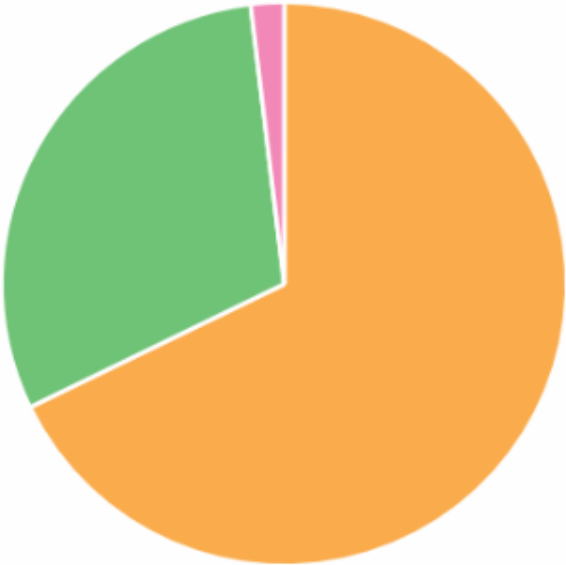
Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa.

		V	F
a.	Poiché il 5 è uscito meno volte, la probabilità che esca 5 nel lancio successivo è maggiore rispetto agli altri numeri	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	Poiché il 4 è uscito più volte, la probabilità che esca 4 nel lancio successivo è maggiore rispetto agli altri numeri	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	La probabilità che esca 5 nel lancio successivo è uguale a quella che esca 4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Risposta esatta

v

Percentuali nazionali



- Risposte corrette 67.8%
- Risposte errate 30.3%
- Risposte Mancate 1.9%



# Nelle prove Invalsi...

## SCUOLA PRIMARIA

Traguardi e obiettivi

# SCUOLA PRIMARIA

## Traguardi per lo sviluppo delle competenze

Riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza.

## Obiettivi di apprendimento

- In situazioni concrete, di una coppia di eventi intuire e cominciare ad argomentare qual è il più probabile, dando una prima quantificazione nei casi più semplici, oppure riconoscere se si tratta di eventi ugualmente probabili.

# Parentesi in verticale

Ambito	Traguardi Primaria	Traguardi Sec. di I grado
Dati e Previsioni	Riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza.	Nelle situazioni di incertezza (vita quotidiana, giochi, ...) si orienta con valutazioni di probabilità.
	Obiettivi 05	Obiettivi 08
	In situazioni concrete, di una coppia di eventi <b>intuire</b> e cominciare ad argomentare qual è il <b>più probabile</b> , dando una prima quantificazione nei casi più semplici, oppure <b>riconoscere</b> se si tratta di eventi <b>ugualmente</b> probabili.	<ul style="list-style-type: none"><li>• In semplici situazioni aleatorie, individuare gli eventi elementari, <b>assegnare</b> a essi una <b>probabilità</b>, <b>calcolare</b> la probabilità di qualche evento, scomponendolo in eventi elementari disgiunti.</li><li>• <b>Riconoscere</b> coppie di eventi <b>complementari</b>, <b>incompatibili</b>, <b>indipendenti</b>.</li></ul>

## Grado 5

**D25.** Nelle classi quinta A e quinta B deve essere sorteggiato un alunno per classe per partecipare a un concorso.

Le classi sono così formate:

Quinta A	Maschi	8
	Femmine	8

Quinta B	Maschi	8
	Femmine	16

**La probabilità che sia sorteggiato un maschio**

- A. ☐ è maggiore nella quinta A
- B. ☐ è maggiore nella quinta B
- C. ☐ è la stessa nelle due classi
- D. ☐ dipende da chi fa il sorteggio

D25. Nelle classi quinta A e quinta B deve essere sorteggiato un alunno per classe per partecipare a un concorso.

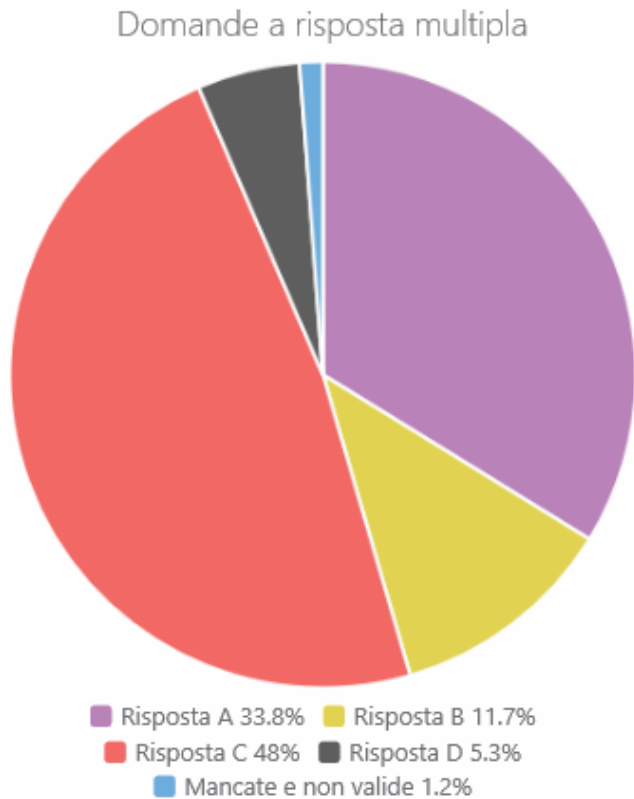
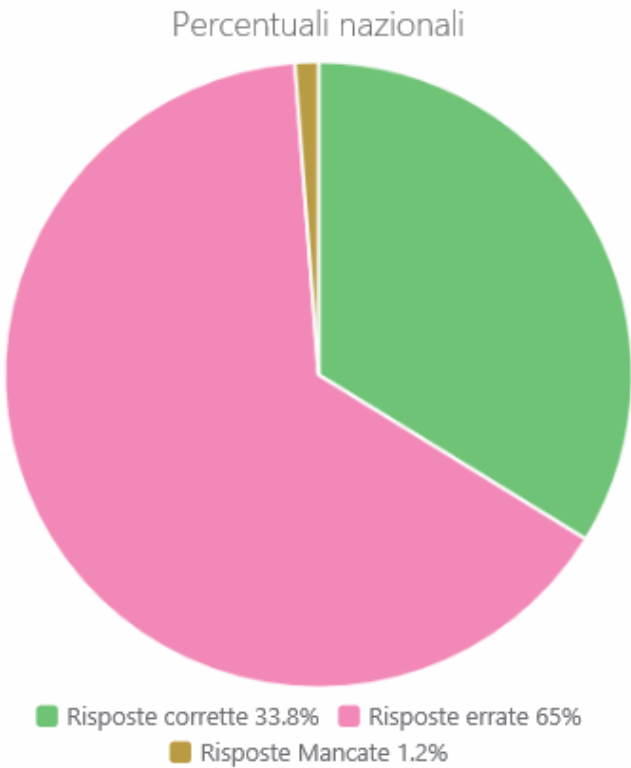
Le classi sono così formate:

Quinta A	Maschi	8
	Femmine	8
Quinta B	Maschi	8
	Femmine	16

*Grado 5*

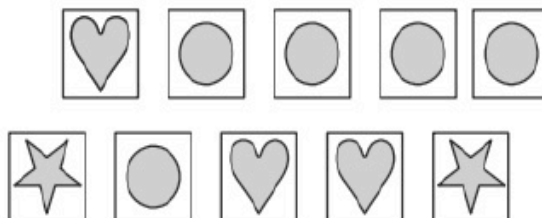
La probabilità che sia sorteggiato un maschio

- A. ☐ è maggiore nella quinta A
- B. ☐ è maggiore nella quinta B
- C. ☐ è la stessa nelle due classi
- D. ☐ dipende da chi fa il sorteggio



## Grado 5

D24. Luca ha queste 10 carte.



Luca mette le carte in un sacchetto, le mischia e pesca a caso una carta.  
Completa la frase che segue inserendo al posto dei puntini una delle seguenti espressioni:

maggiore del

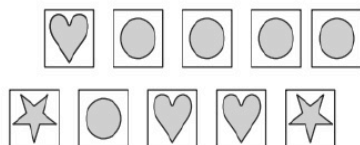
minore del

uguale al

Per Luca la probabilità di pescare una carta con il cuore è ..... 50%

## Grado 5

D24. Luca ha queste 10 carte.



Luca mette le carte in un sacchetto, le mischia e pesca a caso una carta. Completa la frase che segue inserendo al posto dei puntini una delle seguenti espressioni:

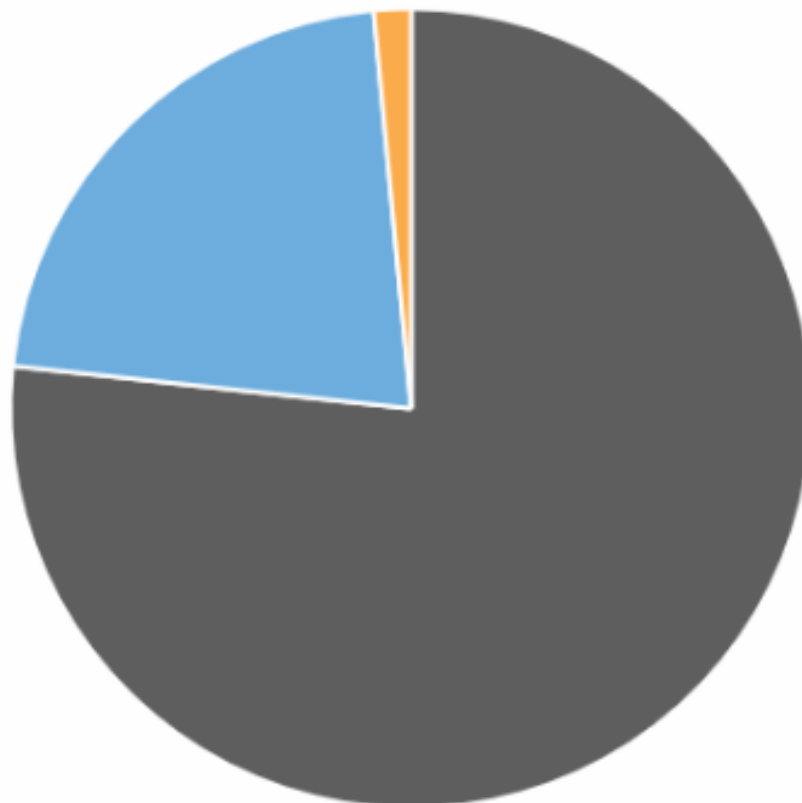
maggiore del

minore del

uguale al

Per Luca la probabilità di pescare una carta con il cuore è ..... 5

Percentuali nazionali



■ Risposte corrette 76.7% ■ Risposte errate 21.8%  
■ Risposte Mancate 1.5%

# Esempi da sperimentazioni svolte nelle classi

Materiali raccolti dai docenti

Classi V primaria

Istituto Comprensivo di Spigno Monferrato



V A	5° A	8
	5° B	8

V B	5° A	8
	5° B	16

A → A

B → B

C →  $\bar{c}$  =

D → dip. da chi  
fa il test.

#### RIFLESSIONE

Ho scelto la A. Perché nella A ci sono 8 posti su 16, nella B invece ci sono 8 posti su 24

#### RISPOSTA SBAGLIATA

Io all'inizio ho detto C. Perché avevo notato il numero dei maschi della classe 5° B e la 5° A, ed erano uguali all'ora ho detto C.



VA

MASCHI	8
FEMINE	8

A → VA  
B → VB  
C → E =  
E → dipende da B  
lungo

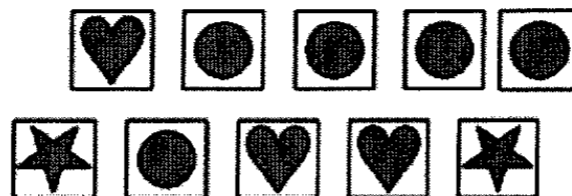
VB

MASCHI	8
FEMINE	16

Per quel gran numero  
scritto e perché ho

quattro solo la natura dei ma-  
schia senza guardare la natura del-  
le femmine,  
secondo me è la VA, PERCHÉ 8 MASCHI  
E 2 FEM. QUINDI MASCHI HANNO PIÙ ROSE DI ESSERE  
ESTRATTI. PENSARE NELLA VB ESSENDO  
PIÙ MOLTE LE FEMMINE HANNO PIÙ  
POSSIBILITÀ DI ESSERE ESTRATTI I MA-  
SCHI

D24. Luca ha queste 10 carte.



Luca mette le carte in un sacchetto, le mischia e pesca a caso una carta.

Per LUCA la probabilità di pescare una carta con il cuore è:

- A ☐ maggiore del 50%
- B ☒ minore del 50%
- C ☐ uguale al 50%

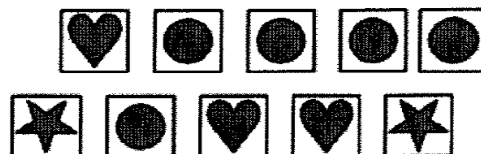
MOTIVA LA TUA RISPOSTA

Ho scelto quella risposta perché ci sono 4 carte con il cuore e ne sono 10 in tutto.

## LIVELLO 05 D24

(24)

**D24. Luca ha queste 10 carte.**



**Luca mette le carte in un sacchetto, le mischia e pesca a caso una carta.**

Per LUCA la probabilità di pescare una carta con il cuore è:

- A ☐ maggiore del 50%
- B ☒ minore del 50%
- C ☐ uguale al 50%

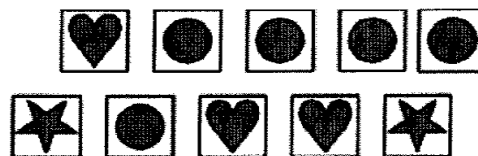
**MOTIVA LA TUA RISPOSTA**

La probabilità di pescare una carta a cuore è minore del 50% perché, visto che il 50% corrisponde alla metà cioè 5 carte, sono solo tre le carte e non 5 o più.

## LIVELLO 05 D24

18

D24. Luca ha queste 10 carte.



Luca mette le carte in un sacchetto, le mischia e pesca a caso una carta.

Per LUCA la probabilità di pescare una carta con il cuore è:

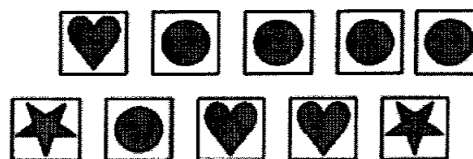
- A ☐ maggiore del 50%
- B ☐ minore del 50%
- C ☐ uguale al 50%

MOTIVA LA TUA RISPOSTA

E MINORE PERCHE 1 CARTA  
VALE 10% CIOE UN  $\frac{1}{10}$

## LIVELLO 05 D24

**D24. Luca ha queste 10 carte.**



**Luca mette le carte in un sacchetto, le mischia e pesca a caso una carta.**

Per LUCA la probabilità di pescare una carta con il cuore è:

- A ☐ maggiore del 50%
- B ☐ minore del 50%
- C ☒ uguale al 50%

MOTIVA LA TUA RISPOSTA

Uguale al 50% perché i cuori hanno la  
probabilità maggiore del 50% le stelle  
c'è l'hamma minore del 50% e i cuori  
seguono al 50%

# discutiamo

Costruiremo catene di quesiti

(livelli 05-08)

sulla probabilità

# Le catene di quesiti

- Le catene di quesiti sono ulteriori strumenti per leggere le prove e i risultati ottenuti dagli studenti in modo che questi possano essere interpretati come indicatori e predittori per l'individuazione di situazioni di difficoltà.
- Le prove INVALSI infatti sono costruite per diversi livelli scolastici e mantengono una struttura verticale in riferimento ai contenuti (indicazioni nazionali) e i processi (dimensioni) risolutivi da adottare.





Grado 02

Grado 05

Grado 08



Grado 08

Grado 05

Grado 02



# Come sono costruite le catene

competenze  
richieste

collegamenti colle Indicazioni  
Nazionali

diverse possibili  
strategie risolutive

errori e difficoltà riscontrate dagli  
studenti

D18. In un sacchetto ci sono solo 4 palline blu. Quante palline verdi si devono inserire nel sacchetto affinché la probabilità di estrarre una pallina verde sia  $\frac{2}{3}$ ?

A. ☐ 2

B. ☐ 12

C. ☐ 6

D. ☐ 8

# Analisi del quesito

Individuare le competenze richieste  
e i collegamenti colle Indicazioni

Nazionali

Esplicitare le diverse  
possibili strategie risolutive e  
errori e difficoltà degli  
studenti

Discutere i punti di forza e  
critici del compito o del testo  
(rispetto a diversi obiettivi)

Proporre di variazioni del  
compito o del testo

Creare una catena  
di quesiti

D18. In un sacchetto ci sono solo 4 palline blu. Quante palline verdi si devono inserire nel sacchetto affinché la probabilità di estrarre una pallina verde sia  $\frac{2}{3}$ ?

- A. ☐ 2
- B. ☐ 12
- C. ☐ 6
- D. ☐ 8

Individuare le competenze richieste  
e i collegamenti colle Indicazioni  
Nazionali

■ Risposte corrette 41.7%   ■ Risposte errate 55.7%  
■ Risposte Mancate 2.6%

■ Risposta A 16.6%   ■ Risposta B 8.1%  
■ Risposta C 31%   ■ Risposta D 41.7%  
■ Mancate e non valide 2.6%

D18. In un sacchetto ci sono solo 4 palline blu. Quante palline verdi si devono inserire nel sacchetto affinché la probabilità di estrarre una pallina verde sia  $\frac{2}{3}$ ?

- A. ☐ 2
- B. ☐ 12
- C. ☐ 6
- D. ☐ 8

EsPLICITARE le diverse  
possibili strategie risolutive e  
errori e difficoltà degli  
studenti

■ Risposte corrette 41.7% ■ Risposte errate 55.7%  
■ Risposte Mancate 2.6%

■ Risposta A 16.6% ■ Risposta B 8.1%  
■ Risposta C 31% ■ Risposta D 41.7%  
■ Mancate e non valide 2.6%

D18. In un sacchetto ci sono solo 4 palline blu. Quante palline verdi si devono inserire nel sacchetto affinché la probabilità di estrarre una pallina verde sia  $\frac{2}{3}$ ?

- A. ☐ 2
- B. ☐ 12
- C. ☐ 6
- D. ☐ 8

Discutere i punti di forza e critici del compito o del testo (rispetto a diversi obiettivi)

■ Risposte corrette 41.7% ■ Risposte errate 55.7%  
■ Risposte Mancate 2.6%

■ Risposta A 16.6% ■ Risposta B 8.1%  
■ Risposta C 31% ■ Risposta D 41.7%  
■ Mancate e non valide 2.6%

D18. In un sacchetto ci sono solo 4 palline blu. Quante palline verdi si devono inserire nel sacchetto affinché la probabilità di estrarre una pallina verde sia  $\frac{2}{3}$ ?

A. ☐ 2

B. ☐ 12

C. ☐ 6

D. ☐ 8

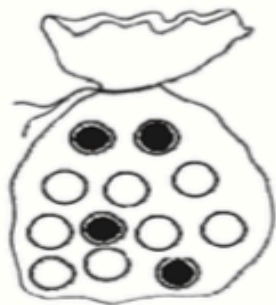
Proporre di variazioni del compito o del testo

■ Risposte corrette 41.7% ■ Risposte errate 55.7%  
■ Risposte Mancate 2.6%

■ Risposta A 16.6% ■ Risposta B 8.1%  
■ Risposta C 31% ■ Risposta D 41.7%  
■ Mancate e non valide 2.6%



22. In ogni sacchetto che vedi ci sono 12 biglie. Le biglie possono essere bianche o nere.



Da questo sacchetto è più probabile estrarre una biglia bianca.

a.	A line drawing of a drawstring bag with a scalloped top. Inside the bag, there are 12 white circles representing balls.	In questo sacchetto <u>colora</u> alcune biglie in modo che sia più probabile estrarre una biglia nera.
b.	A line drawing of a drawstring bag with a scalloped top. Inside the bag, there are 12 white circles representing balls.	In questo sacchetto <u>colora</u> alcune biglie in modo che la probabilità di estrarre una biglia bianca sia uguale alla probabilità di estrarre una biglia nera.

	Mancati	Errate	Corrette
D22_a	1,8%	16,7%	81,4%
D22_b	2,0%	12,8%	85,2%

D25. È più probabile che venga testa lanciando una moneta oppure che venga il 5 lanciando un dado?  
Scegli la risposta corretta e completa la frase.

- ☐ È più probabile che venga testa lanciando la moneta perché .....  
.....  
.....
- ☐ È più probabile che venga il 5 lanciando il dado perché .....  
.....  
.....

**RISULTATI DEL CAMPIONE**

Item	Mancata risposta	Errata	Corretta
D25	11,2	31,1	57,7

Nel gioco del superenalotto ogni giocatore sceglie almeno sei numeri interi compresi tra 1 e 90. Gli organizzatori estraggono a caso sei numeri, sempre compresi tra 1 e 90. Vincono i giocatori che hanno scelto proprio gli stessi numeri estratti dagli organizzatori del gioco.

Sara ha scelto i numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Guglielmo ha scelto i numeri 7, 12, 15, 23, 28, 34.

Sara e Guglielmo hanno la stessa probabilità di vincere?

- A. ☐ No, perché i numeri scelti da Sara sono consecutivi
- B. ☐ Sì, perché tutti i numeri hanno la stessa probabilità di essere estratti
- C. ☐ No, perché Sara e Guglielmo non hanno scelto gli stessi numeri
- D. ☐ Sì, perché non conosciamo i numeri usciti nelle estrazioni precedenti

RISULTATI DEL CAMPIONE

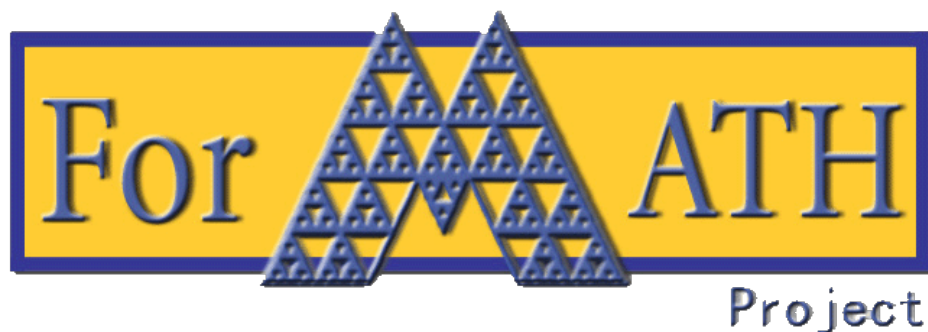
	Manc. Risp.	Opzioni			
		A	B	C	D
D12	1,7%	18,0%	67,0%	6,7%	6,6%

# Alcune veloci conclusioni

- Le conoscenze dei contenuti della disciplina sono centrali nell'insegnamento-apprendimento della matematica ma, come già sottolineato da Shulman (1986), per un insegnante la conoscenza dei contenuti si intreccia con le conoscenze pedagogiche che sono fondamentali nella progettazione, sviluppo e valutazione delle attività in classe.
- Oggi abbiamo discusso in merito a problemi e attività che possano favorire la riflessione su questi aspetti.
- Per far questo però sono necessarie delle consegne opportune: come ad esempio le analisi a priori e a posteriori e la discussione di possibili errori e misconcezioni degli studenti legate a specifici problemi.

# Il database delle Prove INVALSI


Apriamo una parentesi




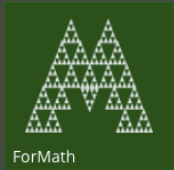
# Il database delle Prove INVALSI [www.gestinv.it](http://www.gestinv.it)

**Gestinv 2.0** Archivio interattivo delle prove Invalsi  
realizzato da Cervelli in Azione srl e ForMath srl, sviluppando un progetto realizzato per l'Invalsi da Sergio Zoccante


**Informazioni**



Cosa è Gestinv  
Novità e aggiornamenti della versione 2.0.

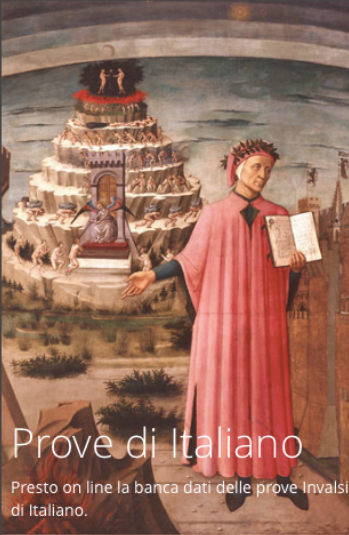


**Matematica**




Prove di Matematica  
Banca dati dei risultati delle Prove Invalsi di Matematica: 30 prove tenutesi dal 2008 al 2015 (1207 domande e relative risposte).

**Italiano**



Prove di Italiano  
Presto on line la banca dati delle prove Invalsi di Italiano.

**Utilità**



Registrazione  
Ottieni la password per accedere.

# Pagina principale



ARCHIVIO  
PROVE  
INVALSI

MATEMATICA



Federica Ferretti v

31

Prove

837

Domande

1298

Item

TUTTE LE PROVE

Visualizza 10 elementi

Cerca:

Materia	Anno	Liv.	Usa	Prova completa	Risultati	Domande
Matematica	2015	02	SNV	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>
Matematica	2015	05	SNV	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>
Matematica	2015	08	PN	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>
Matematica	2015	10	SNV			<a href="#">Domande</a>
Matematica	2014	02	SNV			<a href="#">Domande</a>
Matematica	2014	05	SNV			<a href="#">Domande</a>
Matematica	2014	08	PN			<a href="#">Domande</a>
Matematica	2014	10	SNV			<a href="#">Domande</a>
Matematica	2013	02	SNV	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>
Matematica	2013	05	SNV	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>

Si possono ordinare  
le prove per Anno e  
per Livello

Vista da 1 a 10 di 31 elementi

< 1 2 3 4 >

# Pagina principale



ARCHIVIO  
PROVE  
INVALSI

## MATEMATICA



Federica Ferretti ▾

31

Prove

837

Domande

1298

Item

TUTTE LE PROVE



Visualizza  elementi

Cerca:

Materia	Anno	Liv.	Usò	Prova completa	Risultati	Domande
Matematica	2015	02	SNV	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>
Matematica	2015	05	SNV	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>
Matematica	2015	08	PN	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>
Matematica	2015	10	SNV	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>
Matematica	2014	02	SNV			<a href="#">Domande</a>
Matematica	2014	05	SNV			<a href="#">Domande</a>
Matematica	2014	08	PN			<a href="#">Domande</a>
Matematica	2014	10	SNV			<a href="#">Domande</a>
Matematica	2013	02	SNV	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>
Matematica	2013	05	SNV	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>

Vista da 1 a 10 di 31 elementi

< **1** 2 3 4 >

Si può scaricare  
l'intera prova



# Pagina principale



ARCHIVIO  
PROVE  
INVALSI

## MATEMATICA



Federica Ferretti ▾

🏠 Pagina iniziale

📚 Home matematica

🔍 Ricerca nelle domande >

✎ Modifiche >

✎ Inserimento >

⚙ Amministrazione >

👤 Gestione utenti

📅 Registro Azioni

🚩 Segnalazione errori >

31

Prove

837

Domande

1298

Item

TUTTE LE PROVE



Visualizza  elementi

Cerca:

Materia	Anno	Liv.	Usò	Prova completa	Risultati	Domande
Matematica	2015	02	SNV	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>
Matematica	2015	05	SNV	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>
Matematica	2015	08	PN	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>
Matematica	2015	10	SNV	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>
Matematica	2014	02	SNV			<a href="#">Domande</a>
Matematica	2014	05	SNV			<a href="#">Domande</a>
Matematica	2014	08	PN			<a href="#">Domande</a>
Matematica	2014	10	SNV			<a href="#">Domande</a>
Matematica	2013	02	SNV	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>
Matematica	2013	05	SNV	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>

Si possono guardare  
le singole domande

Vista da 1 a 10 di 31 elementi

< 1 2 3 4 >

# Domande di ogni singola prova



ARCHIVIO  
PROVE  
INVALSI

MATEMATICA

Federica Ferretti

Pagina iniziale

Home matematica

Ricerca nelle domande

Per indicazioni contenute

Per parole chiave

Ricerca full text

Ricerca guidata

Modifiche

Inserimento

Amministrazione

Segnalazione errori

31  
Prove

837  
Domande

1298  
Item

PROVA DI MATEMATICA DEL 2015, LIVELLO 02, SNV

Visualizza 10 elementi

Cerca:


Prova	Anno	Liv.	Nr.	Domanda		item
Mat - SNV	2015	02	01	Sara nel portafoglio ha questi soldi. ...		Item
Mat - SNV	2015	02	02	Luca ha usato 2 pezzi delle sue costru...		Item
Mat - SNV	2015	02	03	Questo grafico rappresenta il numero d...		Item
Mat - SNV	2015	02	04	Giorgio ha in tutto 15 biglie nelle du...		Item
Mat - SNV	2015	02	05	Un muratore dev...		Item
Mat - SNV	2015	02	06	Nella clas...		Item
Mat - SNV	2015	02	07	Chiara us...		Item
Mat - SNV	2015	02	08	Gaia ha iniziato...		Item
Mat - SNV	2015	02	09	Osserva lo schema. La freccia signifi...		Item
Mat - SNV	2015	02	10	Pietro deve apparecchiare la tavola. P...		Item

Vista da 1 a 10 di 23 elementi

For  ATH  
Project

Si trova l'immagine  
delle prove che si può  
copiare ed incollare

# Domande di ogni singola prova



ARCHIVIO  
PROVE  
INVALSI

MATEMATICA

Federica Ferretti

Pagina iniziale

Home matematica

Ricerca nelle domande

Per indicazioni contenute

Per parole chiave

Ricerca full text

Ricerca guidata

Modifiche

Inserimento

Amministrazione

Segnalazione errori

31  
Prove










837  
Domande

1298  
Item


PROVA DI MATEMATICA DEL 2015, LIVELLO 02, SNV

Visualizza 10 elementi

Cerca:

Prova	Anno	Liv.	Nr.	Domanda	item
Mat - SNV	2015	02	01	Sara nel portafoglio ha questi soldi. ...	 <b>Item</b>
Mat - SNV	2015	02	02	Luca ha usato 2 pezzi delle sue costru...	 Item
Mat - SNV	2015	02	03	Questo grafico rappresenta il numero d...	 Item
Mat - SNV	2015	02	04	Giorgio ha in tutto 15 biglie nelle du...	 Item
Mat - SNV	2015	02	05	Un muratore dev...	 Item
Mat - SNV	2015	02	06	Nella clas...	 Item
Mat - SNV	2015	02	07	Chiara us...	 Item
Mat - SNV	2015	02	08	Gaia ha iniziato...	 Item
Mat - SNV	2015	02	09	Osserva lo schema. La freccia signifi...	 Item
Mat - SNV	2015	02	10	Pietro deve apparecchiare la tavola. P...	 Item

Vista da 1 a 10 di 23 elementi

For  ATH  
Project

Si trovano tutte le  
caratteristiche della  
domanda

# Ambito

# Processo

# Indicazioni Nazionali

item A

item B

item C

## Ambito

DATI E PREVISIONI

## Processo

Utilizzare strumenti, modelli e rappresentazioni nel trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni,...)

## Indicazioni

1. **Traguardi IN** - TP-V Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.
2. **Obiettivi IN** - Ob3-13 Leggere e rappresentare relazioni e dati con diagrammi, schemi e tabelle.

## Parole chiave

doppio

estrapolazione di informazioni

istogramma

rappresentazione di dati

## DOMANDA

Questo grafico rappresenta il numero di figurine che Mario, Luca, Paola e Sara hanno in tasca. Osserva il grafico e rispondi.

- a. Luca ha il doppio delle figurine di Mario?  
Sì                      No                      Non si può sapere
- b. Luca ha solo una figurina in più di Paola?  
Sì                      No                      Non si può sapere
- c. Sara ha più anni di Luca?  
Sì                      No                      Non si può sapere

## Parole chiave

## Testo della domanda

# Percentuali di risposte corrette, errate e mancate

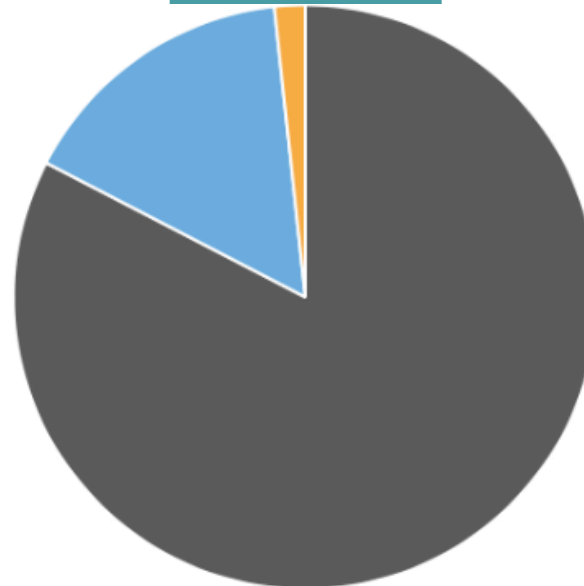
RISPOSTA

Risposta esatta

SI

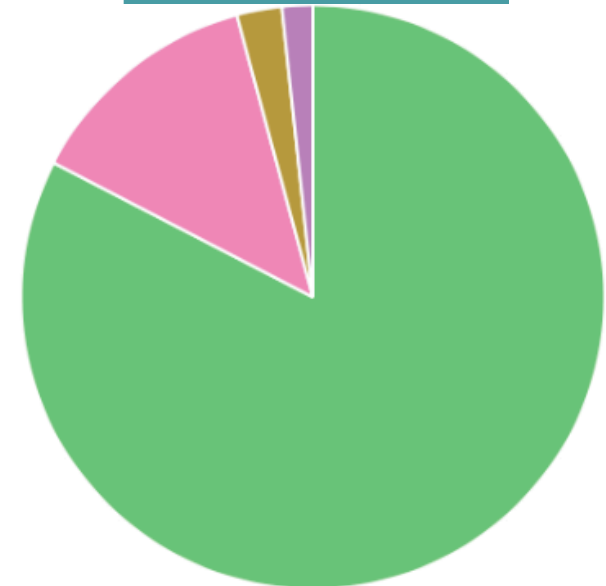
Risposta  
esatta

Percentuali nazionali



■ Risposte corrette 82.6% ■ Risposte errate 15.7%  
■ Risposte Mancate 1.7%

Domande a risposta multipla

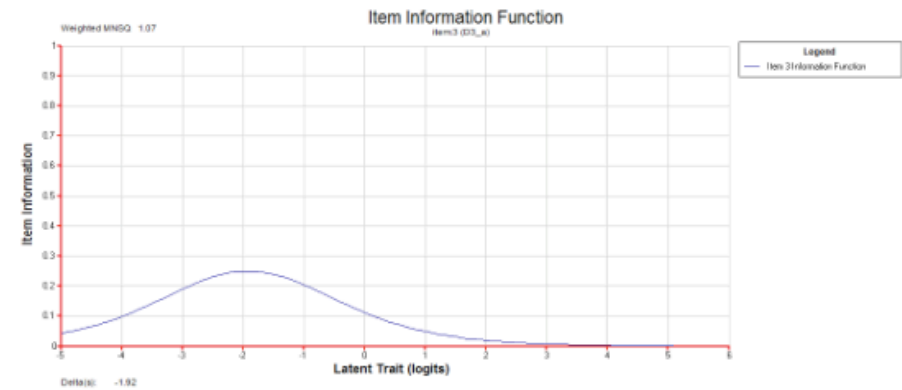
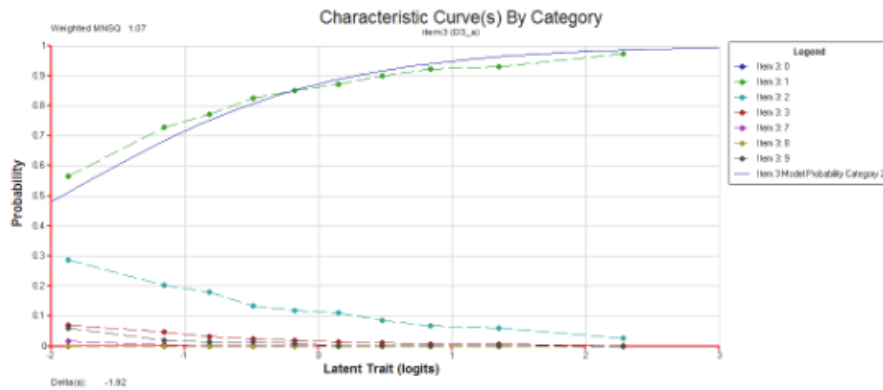


■ Risposta A 82.6% ■ Risposta B 13.2%  
■ Risposta C 2.5% ■ Mancate e non valide 1.7%

## Percentuali di risposta ad ogni distrattore

# Curve caratteristiche e item information

## CURVA CARATTERISTICA E ITEM INFO



## IRT

Item 3

item:3 (D3\_a)

Cases for this item: 22181 Item-Rest Cor: 0.26 Item-Total Cor: 0.31

Item Threshold(s): -1.92 Weighted

MNSQ: 1.07

Item Delta(s): -1.92

Label	Score	Count	% of tot	Pt Bis	t	sig. p	PV1Avg:1	PV1 SD:1
1	1	18332	82,65	0,26	39,29	0,000	0,150	1,080
2	0	2920	13,16	-0,18	-26,66	0,000	-0,590	1,030
3	0	547	2,47	-0,11	-17,21	0,000	-0,870	0,970
7	0	72	0,32	-0,07	-10,5	0,000	-1,530	1,080
9	0	310	1,4	-0,13	-19,46	0,000	-1,310	0,990

IRT

# Ricerca per Indicazioni Nazionali



ARCHIVIO  
PROVE  
INVALSI

MATEMATICA



Federica Ferretti ▾

Pagina iniziale

Home matematica

Ricerca nelle domande

Per indicazioni contenute

Per parole chiave

Ricerca full text

Ricerca guidata

Modifiche >

Inserimento >

Amministrazione >

Segnalazione errori >

SELEZIONA UNA O PIÙ INDICAZIONI...

ACC OB3 OB5 OB8 TP TS AC LG-IN

<input checked="" type="checkbox"/>	Numero	Testo
<input type="checkbox"/>	AC-C1	AC-C1 Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico, rappresentandole anche in forma grafica
<input type="checkbox"/>	AC-C2	AC-C2 Confrontare ed analizzare figure geometriche individuando invarianti e relazioni
<input type="checkbox"/>	AC-C3	AC-C3 Individuare le strategie appropriate per la soluzione di problemi
<input type="checkbox"/>	AC-C4	AC-C4 Analizzare dati e interpretarli svolgendo ragionamenti e ragionamenti sugli stessi anche con l'ausilio di rappresentazioni grafiche, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo e le offerte da applicazioni specifiche di tipo informatico

Vista da 1 a 4 di 4 elementi

Cerca le domande che contengono


Cerco fra gli obiettivi  
OB03= terza primaria  
OB05= quinta primaria  
OB08= terza sec I  
grado

RISULTATI DELLA RICERCA

10 records per page

Prova	Anno	Liv.	Nr.	item
-------	------	------	-----	------

# Ricerca per Indicazioni Nazionali



ARCHIVIO  
PROVE  
INVALSI

MATEMATICA

Federica Ferretti

Pagina iniziale

Home matematica

Ricerca nelle domande

**Per indicazioni contenute**

Per parole chiave

Ricerca full text

Ricerca guidata

Modifiche

Inserimento

Amministrazione

Segnalazione errori

SELEZIONA UNA O PIÙ INDICAZIONI...

ACC OB3 OB5 OB8 **TP TS** AC LG-IN

<input checked="" type="checkbox"/>	Numero	Testo
<input type="checkbox"/>	AC-C1	AC-C1 Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico, rappresentandole anche in forma grafica
<input type="checkbox"/>	AC-C2	AC-C2 Confrontare ed analizzare figure geometriche individuando invarianti e relazioni
<input type="checkbox"/>	AC-C3	AC-C3 Individuare le strategie appropriate per la soluzione di problemi
<input type="checkbox"/>	AC-C4	AC-C4 Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con l'ausilio di rappresentazioni grafiche, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo e le potenzialità delle applicazioni specifiche di tipo informatico

Vista da 1 a 4 di 4 elementi

Cerca le domande che contengono

RISULTATI DELLA RICERCA

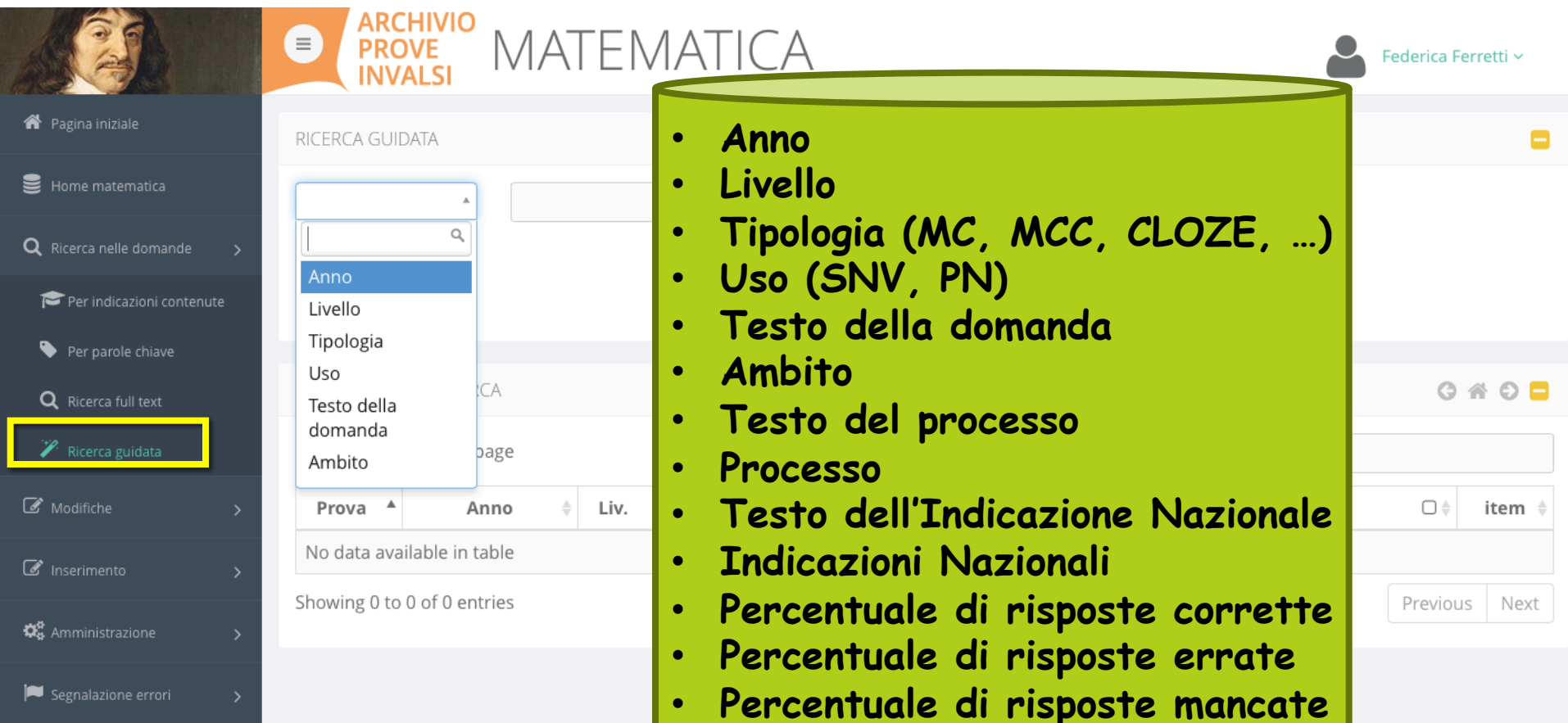
10 records per page

Prova	Anno	Liv.	Nr.	item
-------	------	------	-----	------

**Cerco fra i traguardi**  
**TP= traguardi primaria**  
**TS= traguardi sec I**  
**grado**



# Ricerca Guidata con più opzioni



**ARCHIVIO PROVE INVALSI MATEMATICA**

Federica Ferretti

**RICERCA GUIDATA**

- Anno
- Livello
- Tipologia
- Uso
- Testo della domanda
- Ambito

Prova Anno Liv.

No data available in table

Showing 0 to 0 of 0 entries

- Anno
- Livello
- Tipologia (MC, MCC, CLOZE, ...)
- Uso (SNV, PN)
- Testo della domanda
- Ambito
- Testo del processo
- Processo
- Testo dell'Indicazione Nazionale
- Indicazioni Nazionali
- Percentuale di risposte corrette
- Percentuale di risposte errate
- Percentuale di risposte mancate
- Parole Chiave

# GRAZIE

Alice Lemmo

[alice.lemmo@gmail.com](mailto:alice.lemmo@gmail.com)

Francesca Martignone

[francesca.martignone@uniupo.it](mailto:francesca.martignone@uniupo.it)

Federica Ferretti

[federica.ferretti@gmail.com](mailto:federica.ferretti@gmail.com)