

Rapporti e proporzioni. Proporzionalità diretta e inversa. Percentuali.

Serena Guarino Lo Bianco

18/09/19

Rapporti

Dati $a, b \in \mathbb{R}$, $b \neq 0$, il rapporto

$$\frac{a}{b} = a : b$$

da un'informazione relativa a un'unità.

Esempio. Se 3 Kg di pane costano 7,5 euro, allora il pane costa $\frac{7,50}{3} = 2,50$ euro per Kg.

Osserviamo subito che se aumenta a , il rapporto aumenta. Se aumenta b , il rapporto diminuisce.

Proporzioni

Una proporzione è un'uguaglianza di rapporti.

Esempio.

$$3 : 2 = 6 : 4 \quad \iff \quad \frac{3}{2} = \frac{6}{4} \quad \iff \quad 6 \cdot 2 = 3 \cdot 4$$

Esercizi.

- Gli alunni di una classe sono 21. Il rapporto tra femmine e maschi è $\frac{4}{3}$. Trovare il numero di femmine e maschi nella classe.
- L'età di tre fratelli è complessivamente di 66 anni. Calcola l'età di ciascuno sapendo che è in rapporto ai numeri 6,7,9.
- Matteo, che ha un centro ippico, ha calcolato che i suoi 6 cavalli mangiano 15 q di biada in 25 giorni. Calcolare:
 - quanti quintali servono per 6 cavalli per 30 giorni;
 - quanti quintali servono per 18 cavalli per 25 giorni;
 - quanti quintali servono per 18 cavalli per 60 giorni;

Proporzionalità diretta

Due grandezze, x e y , si dicono in relazione di proporzionalità diretta se il loro rapporto è costante. Cioè

$$\frac{y}{x} = c \quad \iff \quad y = cx$$

Vuol dire che "variano allo stesso modo": se raddoppia una raddoppia anche l'altra, se triplica una triplica anche l'altra ecc.

Il grafico di y in funzione di x è rappresentato da una retta che passa per l'origine.

Esercizi.

- Una torta per 5 persone si fa con 3 uova, 300 g di farina, 200 g di zucchero, 200 g di burro. Quanto burro serve per una torta per 12 persone?
- con 12 kg di farina un pizzaiolo fa 150 panetti da 125g ciascuno. Con 20 kg di farina quanti panetti da 335 g (pizze maxi) fa in pizzaiolo?

Linearità diretta

Due grandezze, x e y , si dicono linearmente dipendenti se

$$y = cx + q$$

La rappresentazione grafica è una retta che passa da punto $(0, q)$.

Proporzionalità inversa

Due grandezze, x e y , si dicono in relazione di proporzionalità inversa se il loro prodotto è costante. Cioè

$$y \cdot x = c \quad \iff \quad y = \frac{c}{x}$$

Il grafico di y in funzione di x è rappresentato da una iperbole.

Esempio. A parità di spazio percorso, la velocità e il tempo sono in relazione di proporzionalità inversa.

Esercizio. Per asfaltare una strada un operaio impiega 90 giorni. Se sono a disposizione x operai, quanti giorni servono per asfaltare la stessa strada?

Percentuali

La percentuale è un rapporto che ha come denominatore 100.

$$25\% = \frac{25}{100} = 0,25$$

% vuol dire "fratto 100".

Esempi/Esercizi

- Il 30% di 1200 è $\frac{30}{100} \cdot 1200 = 360$.
- In una classe di 25 persone, 20 hanno il cellulare. Quale percentuale di persone ha il cellulare?
- Quest'anno sono caduti 40 mm di pioggia che sono l'80% rispetto a un anno fa. Quanta pioggia è caduta lo scorso anno?
- C'erano 20 studenti che sono aumentati del 10%. Quanti studenti ci sono ora?
- C'erano 20 studenti che sono diminuiti del 25%. Quanti studenti ci sono ora?

Se una grandezza aumenta del 100%, allora raddoppia. Se aumenta del 200%, allora triplica.

Esercizi vari.

1. In 100 g di acqua sciogliamo 2,56 g di sale. Qual è la percentuale di sale nella soluzione?
2. Se preleviamo 20,7 kg di piombo in natura, in media 302 g saranno atomi radioattivi. Qual è la percentuale della massa del piombo sulla terra costituita da atomi radioattivi?
3. Nell'etichetta di un barattolo di marmellata di 195 g la percentuale di frutta è il 32%. Quanti g di frutta ci sono?
4. L'acciaio inossidabile è una lega fatta da 85% di ferro, 13% di cromo e 2% di carbonio. In un oggetto di 1,25 kg qual è la massa di ferro, cromo e carbonio?
5. Il prezzo di un gelato è 1,50 euro. Se l'inflazione è del 2,6%, quanto costa il gelato fra un anno? Se fra un anno il gelato costa 1,60 euro, quanto è stata l'inflazione?
6. Paolo deposita 10.000 euro in banca al tasso di interesse del 2%. Quanto ha dopo un anno? E dopo 2 anni?
7. Il rapporto tra il volume immerso e quello totale di un iceberg è direttamente proporzionale al rapporto tra la densità del ghiaccio (0,94 g/cm³) e quella dell'acqua (1,05 g/cm³). Quale percentuale del volume dell'iceberg emerge dal pelo dell'acqua?
8. In un gruppo di ragazzi il 40% decide di andare in vacanza. Di questi il 50% va al mare. Quelli che vanno al mare sono 10. Quanti sono i ragazzi?
9. Nel 2012 una azienda ha dovuto licenziare il 50% dei dipendenti. Nel 2013 ha potuto riassumere il 50% di quelli che aveva a fine 2012. Alla fine, di quale percentuale sono aumentati o diminuiti i dipendenti?
10. Sull'etichetta di una cioccolata c'è scritto: 70% cacao, latte in polvere 150g, altro 5%. Quanti g di "altro" contiene la cioccolata? Quanti g pesa la confezione di cioccolato?
11. Indicare quali di queste frasi è falsa
 - il 60% del 10% di una grandezza è minore del 10% della stessa grandezza;
 - il 15% di una grandezza x è maggiore del 15% del 41% di x ;
 - il 75% di x è uguale ai $3/4$ di x ;
 - il 38% di x è uguale al 0,38 per x ;
 - il 32% del 27% di x è diverso dal 27% del 32% di x .

12. Ho letto 320 pagine di un romanzo, pari all'80% del libro. Quante pagine mancano alla fine?
13. Riscaldando una barra di alluminio questa si allunga del 3% e raggiunge la lunghezza di 2,526 m. Quanto era lunga la barra?
14. Il 30% della superficie della sardegna è coperta da stagni e laghi, due quinti sono pascoli, foreste e montagne e il resto è coltivato. Quale percentuale è coltivata?
15. Un anno l'inflazione è stata del 8%, l'anno successivo del 6,7%. Quanto è stata globalmente l'inflazione?

Presto le soluzioni e aggiornamenti a questo file