UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II - DIPARTIMENTO DI AGRARIA

DIPARTIMENTO DI AGRARIA

RIENTAGRARIA

Precorsi 2019

# Matematica

*Sistemi di disequazioni*

*Disequazioni prodotto e quoziente*

Rosanna Campagna

# Indice lezione

- Sistemi di disequazioni
- Disequazioni prodotto
- Disequazioni quoziente

# Sistemi di disequazioni

# Sistemi di disequazioni

Date più disequazioni, ci proponiamo di trovare in $R$ le loro soluzioni **comuni** e cioè **l'insieme intersezione** degli insiemi di soluzioni delle singole disequazioni date.

⇩

si dice allora che l'insieme delle disequazioni date costituisce un

Sistema di disequazioni

# Sistemi di disequazioni

Consideriamo un sistema di $n$ disequazioni ($n \in \mathbb{N}$). Ogni disequazione del sistema ammette l'insieme di soluzioni $S_i$, con $i=1,..,n$.

$$\begin{cases} D_1(x) > 0 \rightarrow S_1 \\ D_2(x) > 0 \rightarrow S_2 \\ \ldots\ldots \\ D_n(x) > 0 \rightarrow S_n \end{cases}$$

L'insieme $S$ delle soluzioni del sistema considerato è dato da:

$$\boxed{S = S_1 \cap S_2 \cap \ldots \cap S_n}$$

# Sistemi di disequazioni

Quindi, risolvere un sistema significa determinare l’insieme intersezione degli insiemi costituiti dalle soluzioni delle singole disequazioni

⬇

Cioè, per risolvere un sistema bisogna:

- risolvere separatamente ciascuna delle disequazioni che lo compongono;
- confrontare sull’asse reale le soluzioni delle singole disequazioni;
- determinare le soluzioni comuni.

# Sistemi di disequazioni

Esercizio 1. Risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} x+7<0 \\ x-13\geq 0 \end{cases}$$

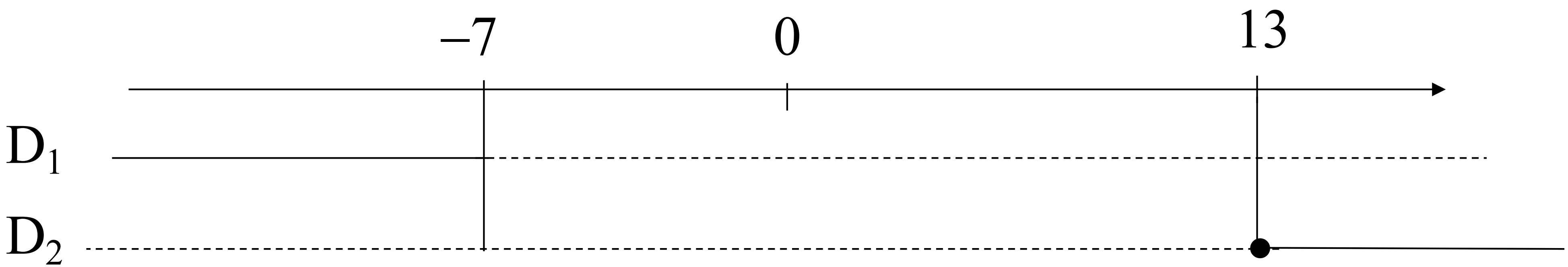
*Soluzione*. Si risolvono separatamente le due disequazioni

- $x+7<0 \Rightarrow \boxed{x<-7}$

- $x-13\geq 0 \Rightarrow \boxed{x\geq 13}$

# Sistemi di disequazioni

$$\begin{cases} x < -7 \\ x \geq 13 \end{cases}$$




$$\boxed{S = \emptyset \quad \Leftrightarrow \quad \nexists x \in R}$$

# Sistemi di disequazioni

Esercizio 2. Risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} x+2>0 \\ x^2-3x-4\geq 0 \end{cases}$$

*Soluzione*. Si risolvono separatamente le due disequazioni

- $x+2>0 \Rightarrow \boxed{x>-2}$

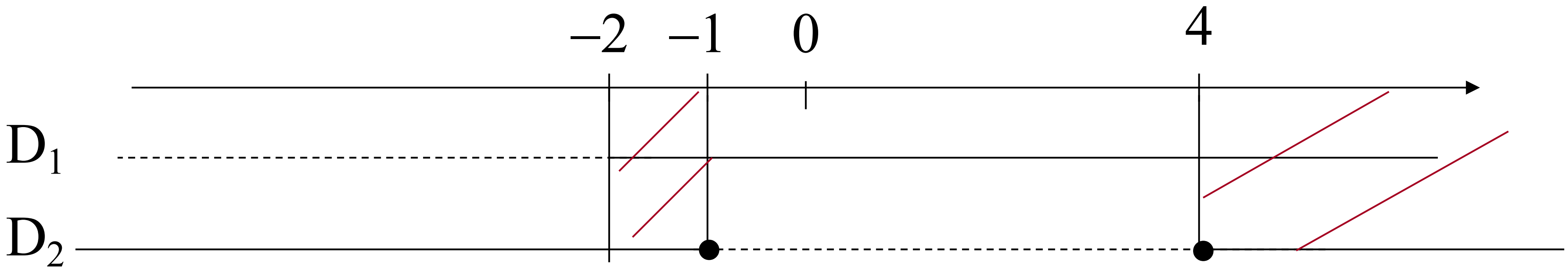
- $x^2-3x-4\geq 0:$

$$x^2-3x-4=0 \Rightarrow x_{1,2}=\frac{+3\pm\sqrt{9+16}}{2} \Rightarrow x_1=-1, x_2=4$$

$$\boxed{\Rightarrow x\leq -1 \text{ e } x\geq 4}$$

# Sistemi di disequazioni

$$\begin{cases} x > -2 \\ x \le -1 \;\text{ e }\; x \ge 4 \end{cases}$$




$$\boxed{S = \left]-2,-1\right] \cup \left[4,+\infty\right[ \Leftrightarrow -2 < x \le -1 \;\text{ e }\; x \ge 4}$$

# Sistemi di disequazioni

Esercizio 3. Risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} x - 17 < 0 \\ 3x^2 - 2x + 9 \geq 0 \end{cases}$$

*<u>Soluzione</u>*. Si risolvono separatamente le due disequazioni

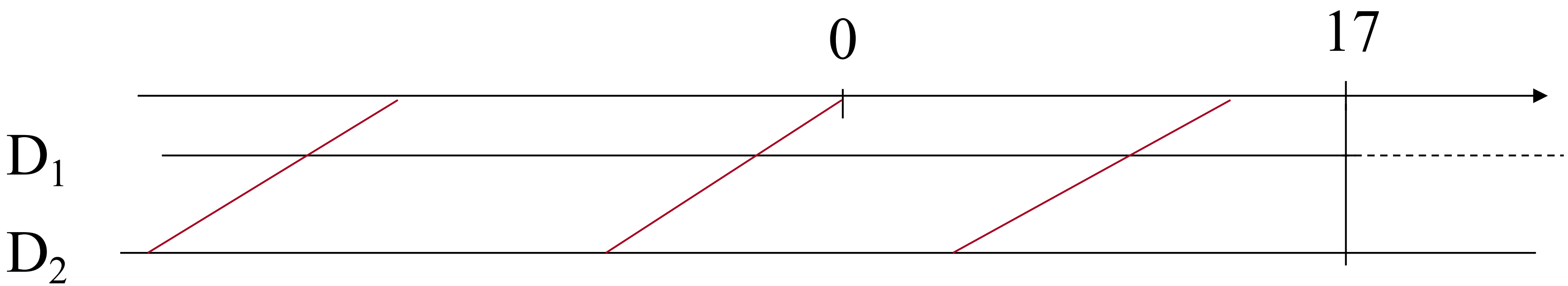
- $x - 17 < 0 \Rightarrow \boxed{x < 17}$

- $3x^2 - 2x + 9 \geq 0 \Rightarrow$ Si calcola il discriminante

$$\Delta = b^2 \quad 4ac = 4 \quad 108 = \text{-}104 < 0 \Rightarrow \boxed{\forall x \in R}$$

# Sistemi di disequazioni

$$\begin{cases} x < 17 \\ \forall x \in R \end{cases}$$




$$\boxed{S = \left]-\infty, 17\right[ \quad \Leftrightarrow \quad x < 17}$$

# Sistemi di disequazioni

Esercizio 5. Risolvere il seguente sistema di disequazioni di I grado:

$$\begin{cases} \dfrac{x+2}{\sqrt{5}} < x \\ 3x-4 > \dfrac{2x-12}{3} \end{cases}$$

<u>*Soluzione*</u>: risolviamo separatamente le due disequazioni che costituiscono il sistema

$$\frac{x+2}{\sqrt{5}} < x \Rightarrow \frac{x+2}{\sqrt{5}} - x < 0 \Rightarrow \frac{x+2-\sqrt{5}x}{\sqrt{5}} < 0 \Rightarrow x+2-\sqrt{5}x < 0$$

# Sistemi di disequazioni

$$x+2-\sqrt{5}x<0 \;\Rightarrow\; x\underbrace{\left(1-\sqrt{5}\right)}_{<0}+2<0$$

La quantità in parentesi è un numero negativo, per farla diventare un numero positivo possiamo moltiplicare tutti i termini della disequazione per -1 ricordando di cambiare anche il verso della disequazione

$$x\left(\sqrt{5}-1\right)-2>0 \Rightarrow \boxed{x>\frac{2}{\sqrt{5}-1}}$$

è soluzione della prima disequazione

# Sistemi di disequazioni

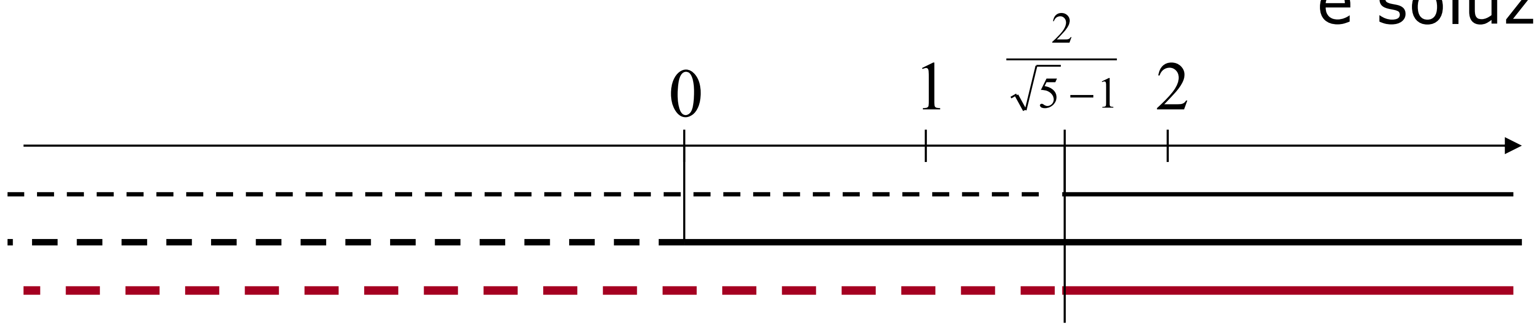
- $3x-4 - \dfrac{2x-12}{3} > 0 \Rightarrow \dfrac{9x-\cancel{12}-2x+\cancel{12}}{3} > 0$

$$\Rightarrow 7x > 0 \Rightarrow \boxed{x > 0}$$

è soluzione della seconda disequazione

$$\begin{cases} x > \dfrac{2}{\sqrt{5}-1} \\ x > 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \boxed{x > \dfrac{2}{\sqrt{5}-1}}$$

è soluzione



# Sistemi di disequazioni

Esercizio 6. Risolvere il seguente sistema di disequazioni di II grado:

$$\begin{cases} x^2 - 1 \leq 0 \\ x^2 - 5 > 0 \end{cases}$$

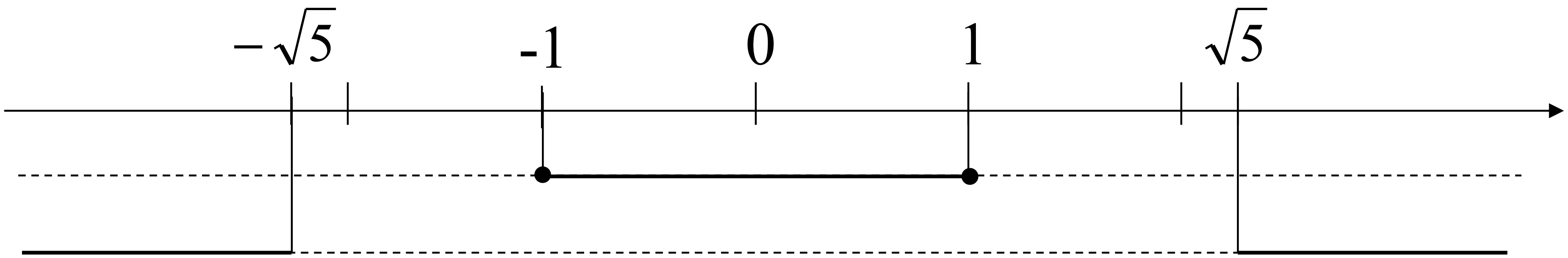
*Soluzione*: risolviamo separatamente le due disequazioni che costituiscono il sistema.

- $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \dfrac{\pm\sqrt{4}}{2} = \dfrac{\pm 2}{2} = \pm 1$ $\boxed{\Rightarrow -1 \leq x \leq 1}$
- $x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \dfrac{\pm\sqrt{20}}{2} = \dfrac{\pm 2\sqrt{5}}{2} = \pm\sqrt{5}$

$$\boxed{\Rightarrow x < -\sqrt{5},\, x > \sqrt{5}}$$

# Sistemi di disequazioni

$$\Rightarrow \begin{cases} -1 \le x \le 1 \\ x < -\sqrt{5}, x > \sqrt{5} \end{cases}$$




Il sistema non ammette soluzioni

# Sistemi di disequazioni

Esercizio 7. Risolvere il seguente sistema di disequazioni di II grado:

$$\begin{cases} x^2 + \sqrt{3} \le 0 \\ x^2 - 5 > 0 \end{cases}$$

*<u>Soluzione</u>*: risolviamo separatamente le due disequazioni che costituiscono il sistema.

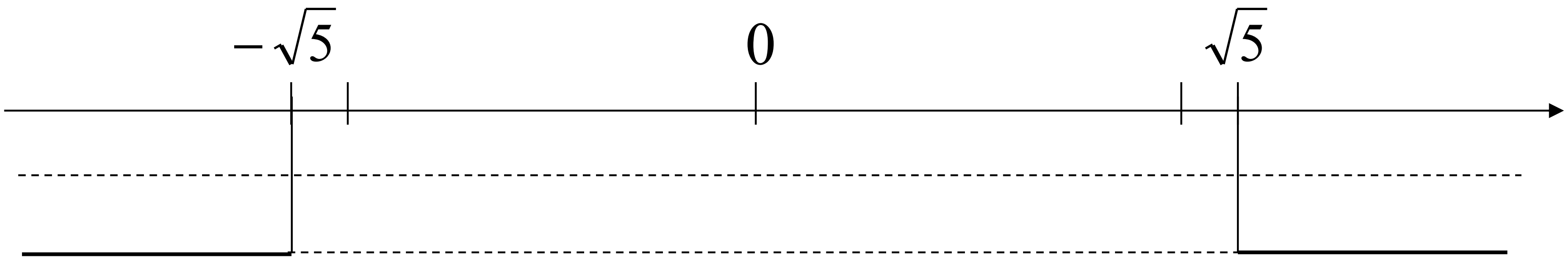
- $x^2 + \sqrt{3} \le 0 \Rightarrow \boxed{\nexists x \in R}$

- $x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \dfrac{\pm\sqrt{20}}{2} = \dfrac{\pm 2\sqrt{5}}{2} = \pm\sqrt{5}$

$$\boxed{\Rightarrow x < -\sqrt{5},\ x > \sqrt{5}}$$

# Sistemi di disequazioni

$$\Rightarrow \begin{cases} \nexists x \in R \\ x < -\sqrt{5},\ x > \sqrt{5} \end{cases}$$




Il sistema non ammette soluzioni

# Sistemi di disequazioni

Esercizio 8. Risolvere il seguente sistema di disequazioni di II grado:

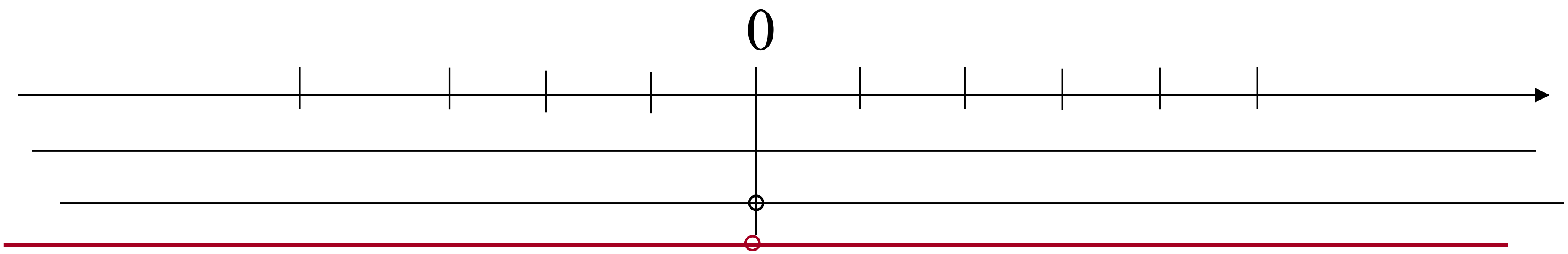
$$\begin{cases} 5x^2 + 2 > 0 \\ x^2 > 0 \end{cases}$$

*Soluzione*: risolviamo separatamente le due disequazioni che costituiscono il sistema.

- $5x^2 + 2 > 0 \Rightarrow \boxed{\Rightarrow \forall x \in R}$
- $x^2 > 0 \Rightarrow \boxed{\Rightarrow \forall x \neq 0}$

# Sistemi di disequazioni

$$\begin{cases} \forall x \in R \\ \forall x \neq 0 \end{cases}$$




$\boxed{\Rightarrow \forall x \neq 0}$ è la soluzione del sistema.

# Sistemi

Esercizio 9. Risolvere il seguente sistema :

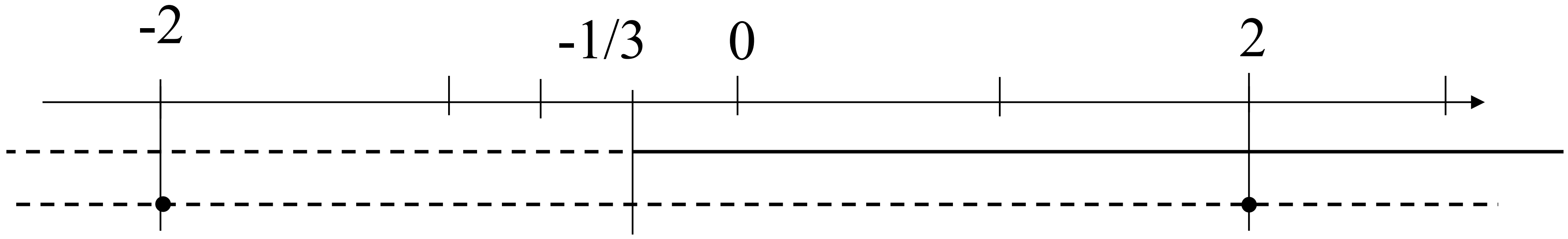
$$\begin{cases} 3x+1>0 \\ x^2-4=0 \end{cases}$$

*Soluzione*: risolviamo separatamente le due espressioni algebriche che costituiscono il sistema.

- $3x+1>0 \Rightarrow \boxed{3x>-1 \Rightarrow x>-\dfrac{1}{3}}$
- $x^2-4=0 \Rightarrow \boxed{x=-2, \quad x=2}$

# Sistemi di disequazioni

$$\begin{cases} x > -\dfrac{1}{3} \\ x = -2,\ x = 2 \end{cases}$$




$\boxed{\Rightarrow x = 2}$ è la soluzione del sistema.

# Sistemi di disequazioni

Esercizio 10. Risolvere il seguente sistema di disequazioni di II grado:

$$\begin{cases} x^2 - x + 2 > 0 \\ x^2 + 5x + 6 \leq 0 \\ x^2 > 5x \end{cases}$$

*Soluzione*: risolviamo separatamente le tre disequazioni che costituiscono il sistema.

- $x^2 - x + 2 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{1-8}}{2} \Rightarrow \Delta < 0$ $\boxed{\Rightarrow \forall x \in R}$

# Sistemi di disequazioni

- $x^2 + 5x + 6 \Rightarrow x_{1,2} = \dfrac{-5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \dfrac{-5 \pm 1}{2} = \left\langle \begin{matrix} -3 \\ -2 \end{matrix} \right.$

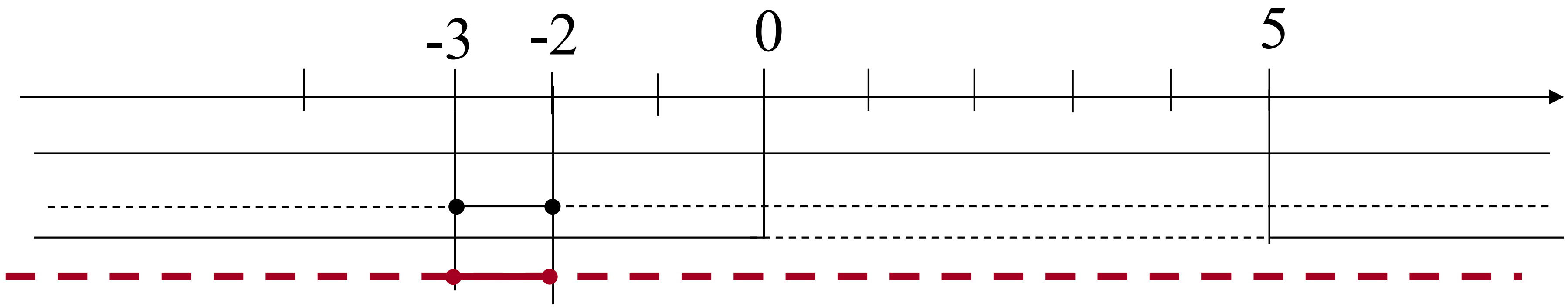
$$\boxed{\Rightarrow -3 \leq x \leq -2}$$

- $x^2 - 5x > 0 \Rightarrow x_{1,2} = \dfrac{5 \pm \sqrt{25}}{2} = \dfrac{5 \pm 5}{2} = \left\langle \begin{matrix} 0 \\ 5 \end{matrix} \right.$

$$\boxed{\Rightarrow x < 0, \quad x > 5}$$

# Sistemi di disequazioni

$$\begin{cases} \forall x \in R \\ -3 \leq x \leq -2 \\ x < 0,\ x > 5 \end{cases}$$




$$\boxed{\Rightarrow -3 \leq x \leq -2}$$ è la soluzione del sistema.

# Disequazioni prodotto

# Disequazioni di tipo particolare

Consideriamo una disequazione del tipo

$$F_1(x) \cdot F_2(x) > 0$$

Affinché il prodotto di due fattori sia positivo è necessario che tali fattori siano concordi (cioè, abbiano lo stesso segno)

⬇

Si possono trovare le soluzioni di tale disequazione determinando il segno dei valori assunti da $F_1$ e da $F_2$ al variare della $x$ e successivamente il segno del loro prodotto

# Disequazioni di tipo particolare

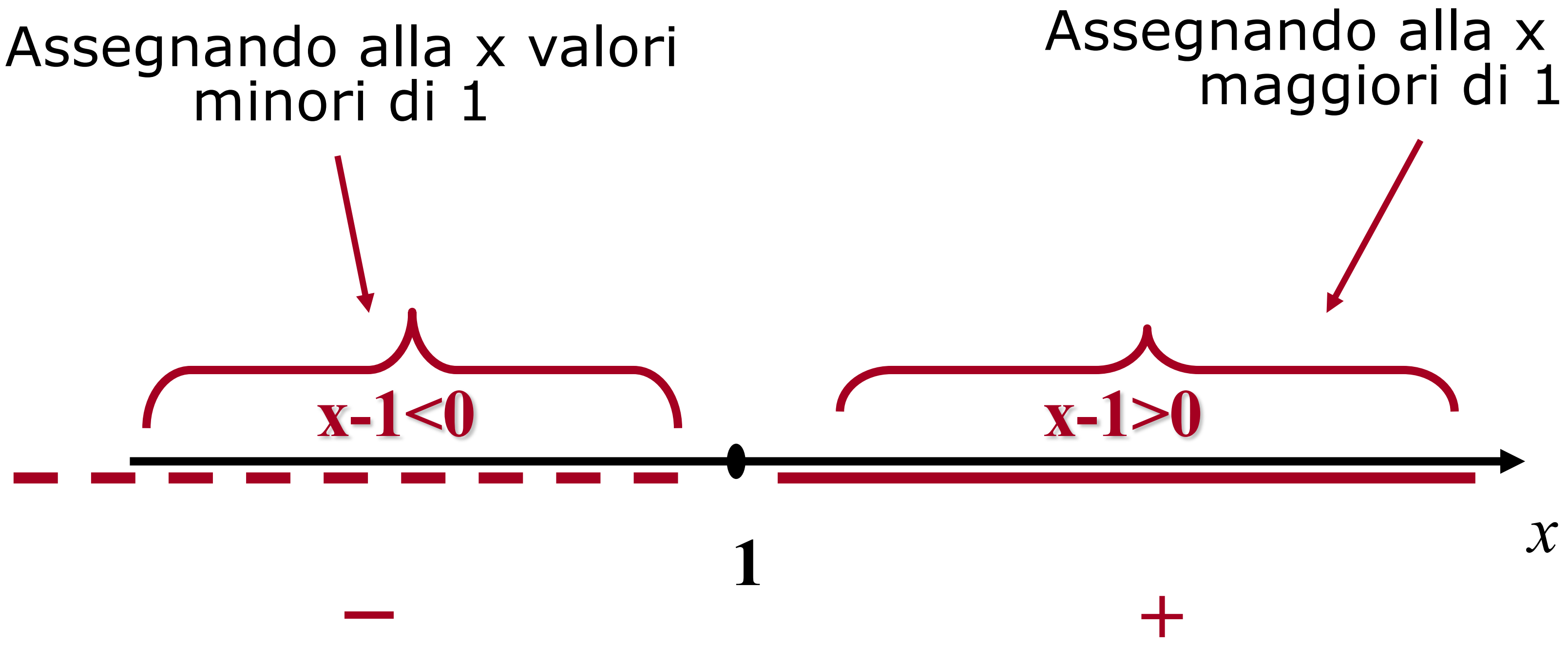
*Osservazione*. Se la disequazione è del tipo

$$F_1(x) \cdot F_2(x) < 0$$

Affinché il prodotto di due fattori sia negativo è necessario che tali fattori siano discordi (cioè, abbiano segno opposto)

# Disequazioni di tipo particolare

Osservazione. Risolvere la disequazione $x$-1>0 significa andare a considerare tutti i valori $x$>1



# Disequazioni prodotto

## Esercizio 1. Risolvere la seguente disequazione:

$$(1-2x)\cdot\left(x^2-3x-4\right)>0$$

*Soluzione*.

*Passo 1*. Studiamo separatamente il segno dei due fattori ponendoli >0

- $F_1>0 \Rightarrow 1-2x>0 \Rightarrow \quad 2x<1 \Rightarrow x<\dfrac{1}{2}$

$$\boxed{\Rightarrow F_1>0 \ \text{ se } \ x<\frac{1}{2}}$$

- $F_2>0 \Rightarrow x^2-3x-4>0$

# Disequazioni prodotto

$$x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{+3 \pm \sqrt{9+16}}{2} \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 4$$

$$\Rightarrow x < -1 \text{ e } x > 4$$

$$\boxed{\Rightarrow F_2 > 0 \text{ se } x < 1 \text{ e } x > 4}$$

# Disequazioni prodotto

Quindi:

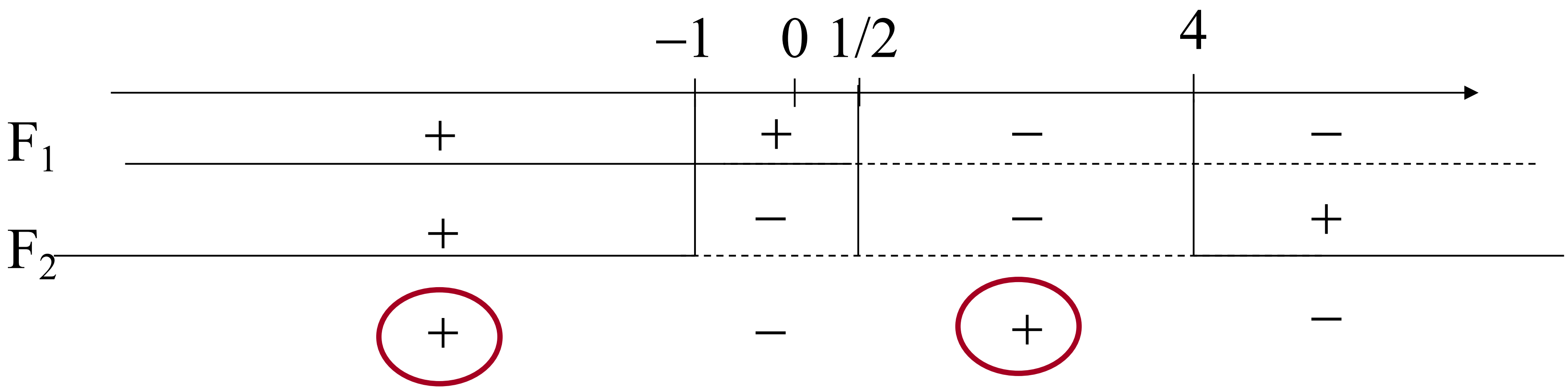
$$F_1 > 0 \;\; \text{se} \;\; x < \frac{1}{2}$$

$$F_2 > 0 \;\; \text{se} \;\; x < 1 \;\; \text{e} \;\; x > 4$$

*Passo 2.* Riportiamo i risultati sull'asse delle ascisse indicando con una linea continua gli intervalli di positività e una linea discontinua gli intervalli di negatività

# Disequazioni prodotto

- $1-2x>0 \text{ se } x<\dfrac{1}{2}$
- $x^2-3x-4>0 \text{ se } x<-1 \text{ e } x>4$




Passo 3. Facciamo il prodotto dei segni dei due fattori e consideriamo gli intervalli col segno positivo

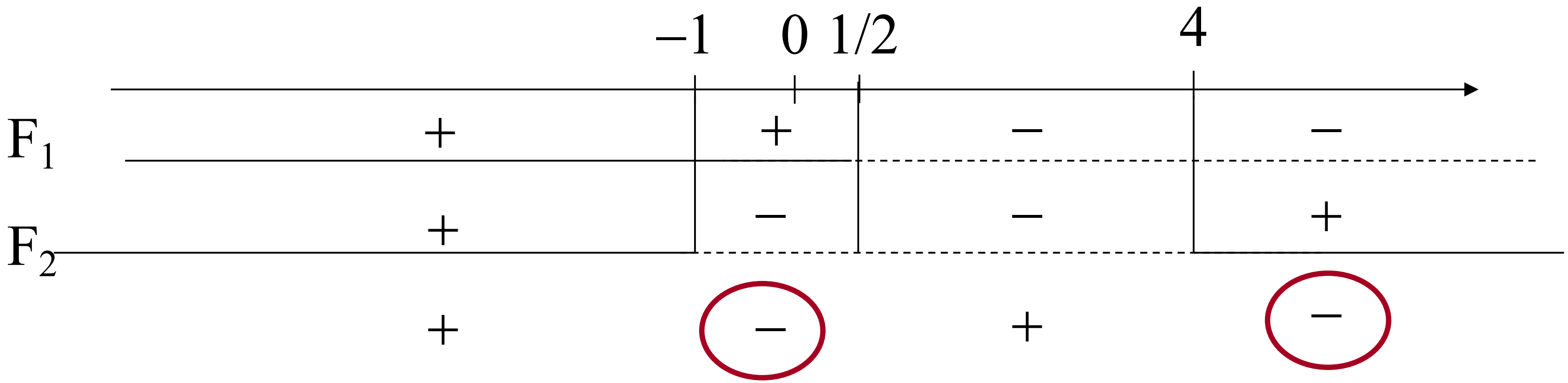
$$\boxed{x<-1 \text{ e } \frac{1}{2}<x<4}$$

# Disequazioni prodotto

## Osservazione 1.

Se la disequazione fosse stata col segno <0

$$(1-2x)\cdot\left(x^2-3x-4\right)<0$$




Bisognava considerare gli intervalli col segno negativo

# Disequazioni prodotto

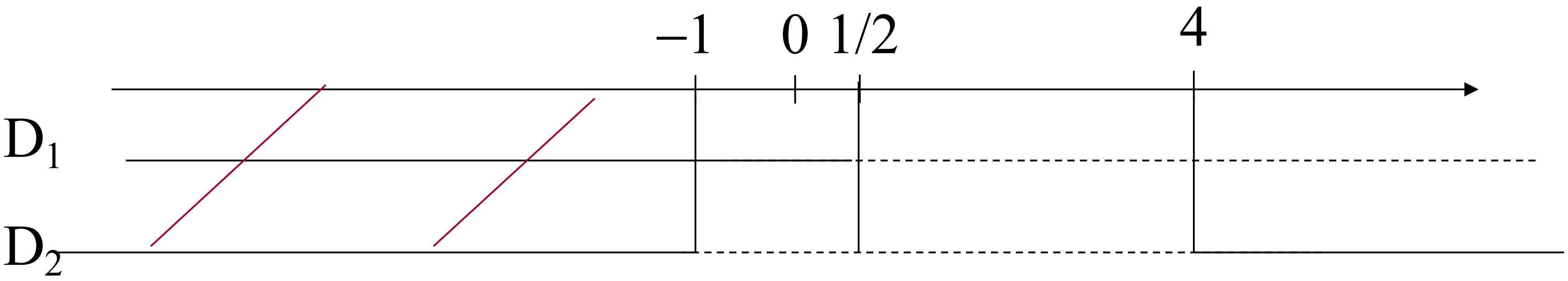
## Osservazione 2.

**ATTENZIONE!!!**

Non confondere disequazioni prodotto con i sistemi di disequazioni!!!

Nei sistemi non si valuta il segno delle disequazioni, ma le soluzioni comuni individuate dal tratto di linea continua

$$\begin{cases} (1-2x) > 0 \\ (x^2 - 3x - 4) > 0 \end{cases}$$



# Disequazioni prodotto

**Esercizio 2.** Risolvere la seguente disequazione:

$$(x+1)\cdot\left(x^2-5x+4\right)>0$$

*Soluzione*. Studiamo separatamente il segno dei due fattori

- $x+1>0 \Rightarrow \boxed{x>-1}$

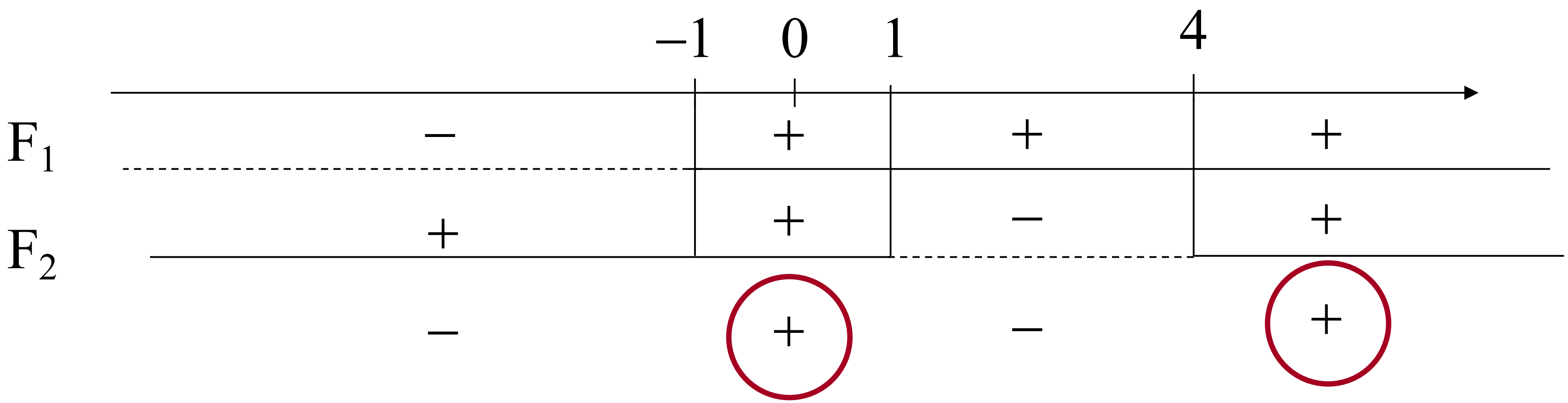
- $x^2-5x+4>0:$

$$x^2-5x+4=0 \Rightarrow x_{1,2}=\frac{+5\pm 3}{2} \quad \Rightarrow x_1=1, x_2=4$$

$$\boxed{\Rightarrow x<1 \;\; \text{e} \;\; x>4}$$

# Disequazioni prodotto

- $x + 1 > 0 \text{ se } x > -1$
- $x^2 - 5x + 4 > 0 \text{ se } x < 1 \cup x > 4$




$$\boxed{\left]-1, 1\right[ \cup \left]4, +\infty\right[}$$

# Disequazioni prodotto

**Esercizio 3.** Risolvere la seguente disequazione:

$$x \cdot \left(x^2 + x + 1\right) < 0$$

*Soluzione*. Studiamo separatamente il segno dei due fattori

- $F_1 > 0 \Rightarrow \quad \boxed{x > 0}$

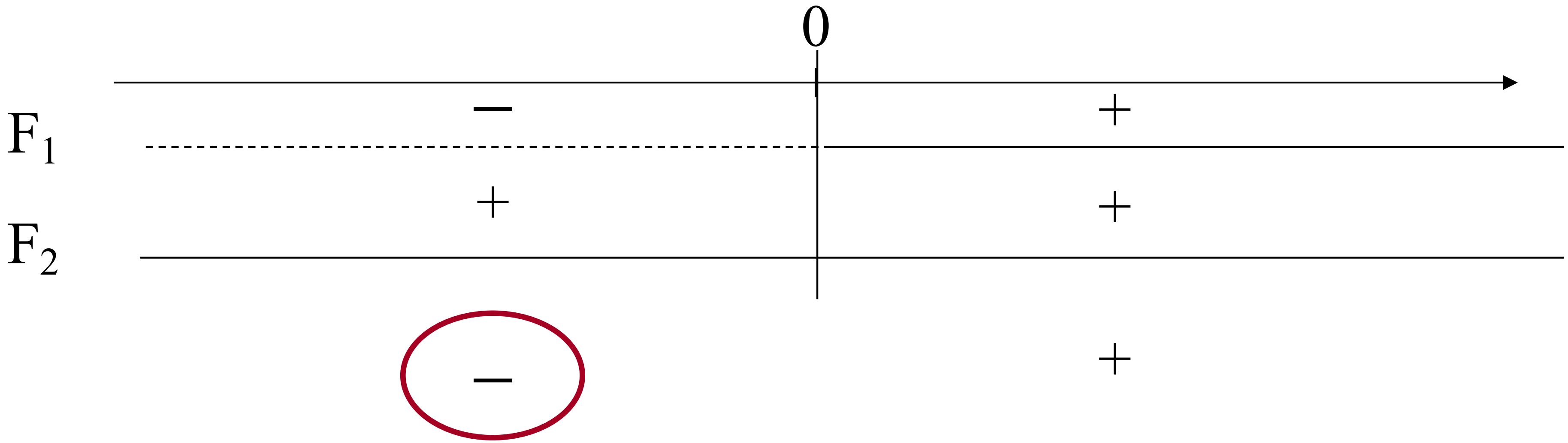
- $F_2 > 0 \Rightarrow x^2 + x + 1 > 0$

$$x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} \quad \Rightarrow \Delta < 0$$

$$\boxed{\Rightarrow \forall x \in R}$$

# Disequazioni prodotto

- $x > 0 \ \text{ se } \ x > 0$
- $x^2 + x + 1 > 0 \ \text{ se } \forall x \in R$




$$\boxed{\left]-\infty, 0\right[}$$

# Disequazioni prodotto

**Esercizio 4.** Risolvere la seguente disequazione:

$$x \cdot (x+1) \cdot (x-1) > 0$$

*Soluzione*. Studiamo separatamente il segno dei tre fattori

- $F_1 > 0 \Rightarrow \boxed{x > 0}$
- $F_2 > 0 \Rightarrow x+1 > 0 \boxed{\Rightarrow x > -1}$
- $F_3 > 0 \Rightarrow x-1 > 0 \boxed{\Rightarrow x > 1}$

# Disequazioni prodotto

- $x > 0$ se $x > 0$
- $x + 1 > 0$ se $x > -1$
- $x - 1 > 0$ se $x > 1$

| | | -1 | | 0 | | 1 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $F_1$ | $-$ | | $-$ | | $+$ | | $+$ |
| $F_2$ | $-$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ |
| $F_3$ | $-$ | | $-$ | | $-$ | | $+$ |
| | $-$ | | $+$ | | $-$ | | $+$ |

$$\boxed{\left]-1, 0\right[ \cup \left]1, +\infty\right[}$$

## Disequazioni quoziente

# Disequazioni quoziente

Una disequazione quoziente è una disequazione del tipo:

$$\frac{Q_1(x)}{Q_2(x)} > 0$$

Affinché il rapporto sia positivo è necessario che numeratore e denominatore siano concordi (cioè abbiano lo stesso segno)

Si possono trovare le soluzioni di una tale disequazione determinando il segno dei valori assunti dalla $Q_1$ e dalla $Q_2$ al variare della $x$ e successivamente il segno del loro rapporto

# Disequazioni quoziente

*Osservazione*. Se la disequazione è del tipo

$$\frac{Q_1(x)}{Q_2(x)} < 0$$

Affinché il quoziente sia negativo è necessario che numeratore e denominatore siano discordi (cioè, abbiano segno opposto)

# Disequazioni quoziente

*Osservazione*

Un quoziente si annulla se e solo se il <u>numeratore</u> è zero e <u>NON</u> è definito se il denominatore è nullo

$$\frac{Q_1(x)}{Q_2(x)} = 0 \Leftrightarrow Q_1(x) = 0$$

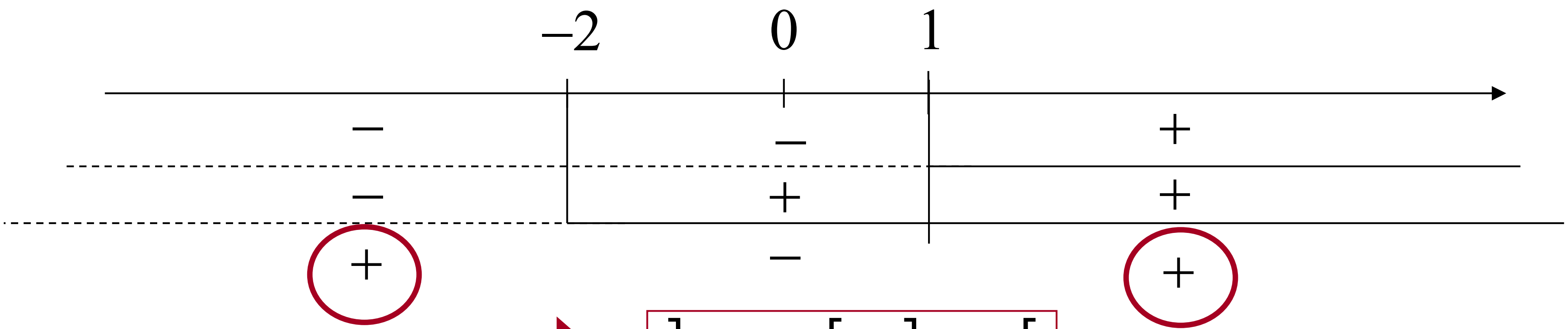
# Disequazioni quoziente

Esercizio 1. Risolvere la seguente disequazione fratta:

$$\frac{x-1}{x+2} > 0;$$

*Soluzione*. Studiamo separatamente il segno delle due funzioni

- $x-1>0 \quad \Rightarrow \quad x>1$
- $x+2>0 \quad \Rightarrow \quad x>-2$




$$\left]-\infty,-2\right[ \cup \left]1,+\infty\right[$$

# Disequazioni quoziente

Esercizio 1. Risolvere la seguente disequazione fratta:

$$\frac{\overset{F_1}{(x-2)}\cdot\overset{F_2}{(1-x^2)}}{\underset{F_3}{x}\cdot\underset{F_4}{(x^2+2)}}\geq 0$$

*Soluzione*. La disequazione assegnata è costituita da quattro fattori. Il segno della disequazione dipenderà dal prodotto dei segni dei 4 fattori.

$$\frac{F_1\cdot F_2}{F_3\cdot F_4}$$

Studiamo separatamente il segno delle quattro funzioni

# Disequazioni quoziente

Prendiamo ciascuna funzione e la poniamo ≥ 0

(le poniamo solo >0 se nel testo non c'è l'uguale)

$$\boxed{\frac{(x-2)\cdot(1-x^2)}{x\cdot(x^2+2)} \geq 0}$$

$\mathbf{F_1}$ $(x-2)\geq 0$ $\boxed{\boldsymbol{x \geq 2}}$

$\mathbf{F_2}$ $(1-x^2)\geq 0$ $\boxed{\mathbf{-1 \leq \boldsymbol{x} \leq 1}}$

$\mathbf{F_3}$ $x > 0$ $\boxed{\boldsymbol{x > 0}}$

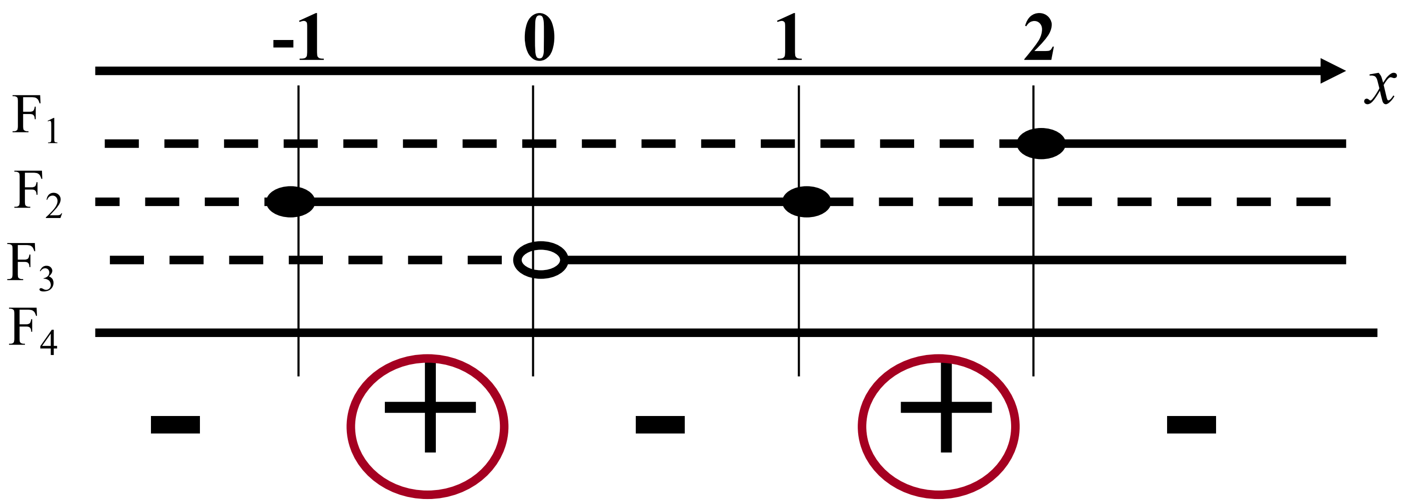
$\mathbf{F_4}$ $(x^2+2) > 0$ $\boxed{\forall \boldsymbol{x} \in \mathbf{R}}$

ATTENZIONE!!! Questi fattori **NON vanno posti =0** perché si trovano al denominatore!

# Disequazioni quoziente

Riportiamo i risultati sull'asse reale indicando con una linea continua gli intervalli di positività e una linea discontinua gli intervalli di negatività e poi facciamo il prodotto dei segni delle quattro funzioni.

- $x \geq 2$
- $-1 \leq x \leq 1$
- $x > 0$
- $\forall x \in R$




Allora prendiamo gli intervalli con il segno positivo

$$\left[-1,0\right[ \cup \left[1,2\right]$$

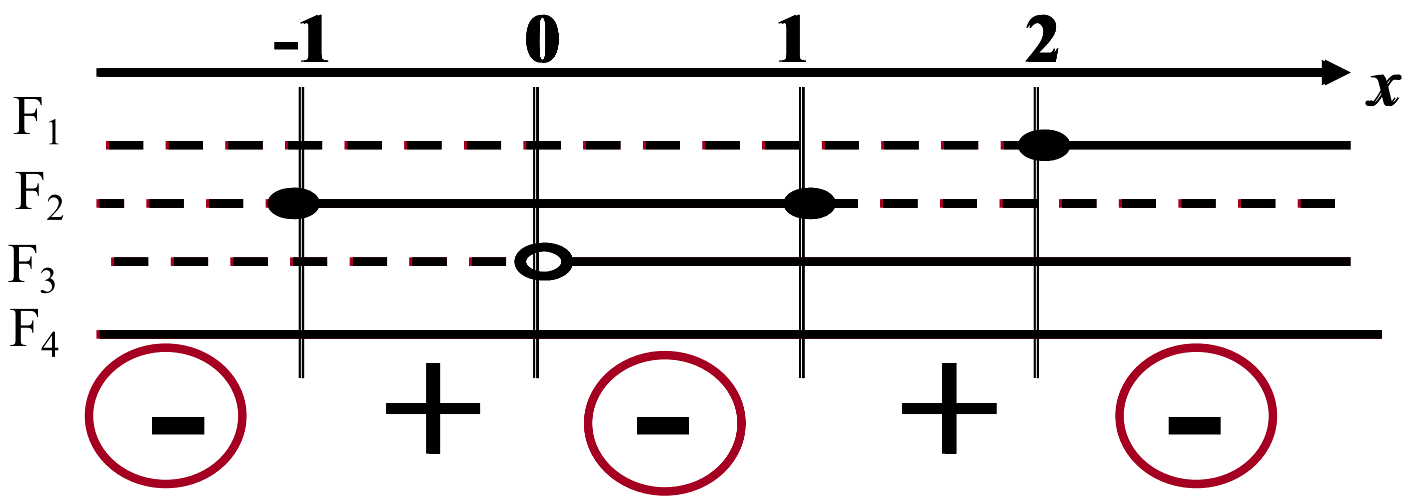
# Disequazioni quoziente

## Osservazione 1.

Se la disequazione fosse stata col segno ≤ 0

$$\frac{(x-2)\cdot(1-x^2)}{x\cdot(x^2+2)} \leq 0$$

Allora avremmo preso gli intervalli con il segno negativo

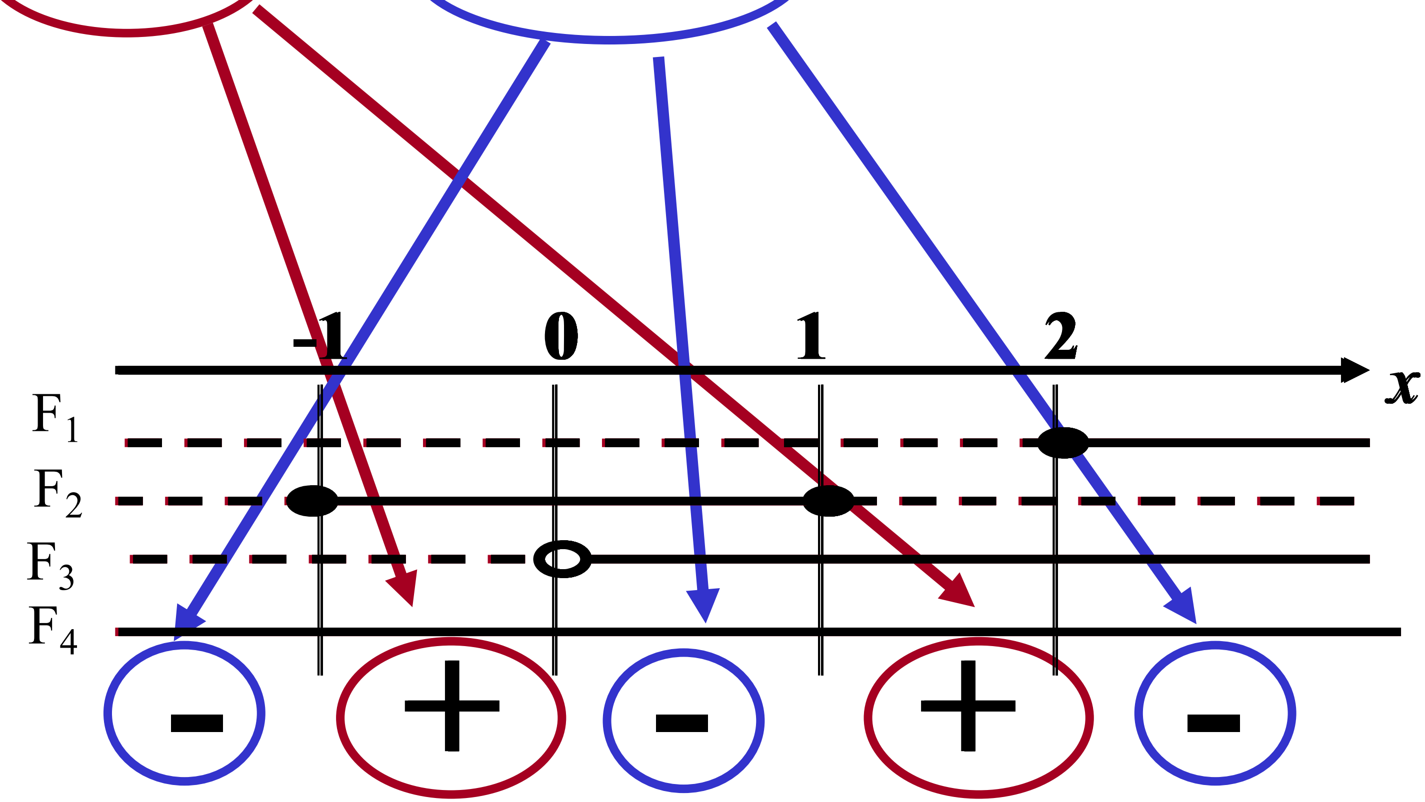



$$\left]-\infty,1\right] \cup \left]0,1\right] \cup \left[2,+\infty\right[$$

# Disequazioni quoziente

*Osservazione 2.* Questo grafico quindi ci indica dove l'espressione $\dfrac{(x-2)\cdot(1-x^2)}{x\cdot(x^2+2)}$ è

sia positiva che negativa



# Disequazioni quoziente

Esercizio 2. Risolvere la seguente disequazione fratta:

$$\frac{x}{x^2+x+1}+1\leq 0$$

*Soluzione*. Riscriviamo la disequazione con un unico denominatore

$$\frac{x+x^2+x+1}{x^2+x+1}\leq 0 \quad \Leftrightarrow \frac{x^2+2x+1}{x^2+x+1}\leq 0$$

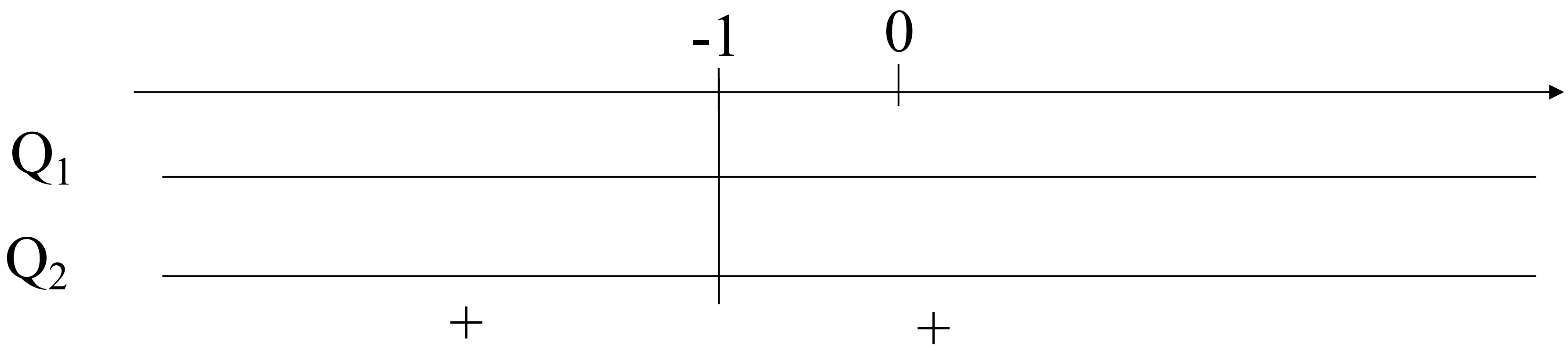
Studiamo separatamente il segno di numeratore e denominatore

- $x^2+2x+1\geq 0 \quad \Leftrightarrow (x+1)^2\geq 0 \Rightarrow \forall x\in R$
- $x^2+x+1>0;\ \ \Delta<0 \Rightarrow \forall x\in R$

# Disequazioni quoziente

- $x^2 + 2x + 1 \geq 0 \quad \Rightarrow \forall x \in R$
- $x^2 + x + 1 > 0; \quad \Rightarrow \forall x \in R$

Ricordiamoci che il segno della disequazione di partenza è ≤




Il rapporto non è mai negativo in tutto *R*. Però nel punto $x$=-1 si annulla in quanto si annulla il numeratore.

$\boxed{x\text{=-1 è soluzione}}$

# Disequazioni quoziente

Esercizio 3. Risolvere la seguente disequazione fratta:

$$-1-\frac{1}{x^2+1}\geq 0$$

*Soluzione*. Riscriviamo la disequazione con un unico denominatore

$$\frac{-x^2-1-1}{x^2+1}\geq 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2-2}{x^2+1}\geq 0 \Leftrightarrow \frac{-\left(x^2+2\right)}{x^2+1}\geq 0$$

Per risolvere la disequazione basta osservare che: il denominatore è sempre strettamente positivo e che il numeratore è sempre strettamente negativo

La disequazione NON è mai verificata

# Disequazioni quoziente

Esercizio 4. Risolvere la seguente disequazione fratta:

$$\frac{3}{x^2+4}-\frac{3}{x^2+5}>0$$

*Soluzione*. Calcoliamo il m.c.m. dei quozienti al I membro

$$\frac{3\left(x^2+5\right)-3\left(x^2+4\right)}{\left(x^2+4\right)\left(x^2+5\right)}>0 \Rightarrow \frac{3\left(\cancel{x^2}+5-\cancel{x^2}-4\right)}{\left(x^2+4\right)\left(x^2+5\right)}>0$$

$$\Rightarrow \frac{3}{\left(x^2+4\right)\left(x^2+5\right)}>0$$

# Disequazioni quoziente

$$\Rightarrow \frac{3}{\left(x^2+4\right)\left(x^2+5\right)} > 0$$

Per risolvere la disequazione basta osservare che: il numeratore è un numero positivo, il denominatore è il prodotto di due fattori sempre strettamente positivi

$\Rightarrow$ $\boxed{\forall x \in R \text{ è la soluzione}}$

# Disequazioni quoziente

**Esercizio 5.** Risolvere la seguente disequazione fratta:

$$\frac{4x+9}{x^2+1} < -3$$

*Soluzione*. Riscriviamo la disequazione con un unico denominatore

$$\frac{4x+9+3x^2+3}{x^2+1} < 0 \quad \Rightarrow \frac{3x^2+4x+12}{x^2+1} < 0$$

Studiamo separatamente il segno di numeratore e denominatore

- $3x^2+4x+12>0 \quad \Rightarrow \Delta = 16-144 = -128 < 0 \Rightarrow \forall x \in R$
- $x^2+1>0 \quad \Rightarrow \forall x \in R$

# Disequazioni quoziente

- $3x^2 + 4x + 12 > 0 \Rightarrow \forall x \in R$
- $x^2 + 1 > 0 \Rightarrow \forall x \in R$

Quindi sia numeratore che denominatore sono sempre strettamente positivi

$\Rightarrow$ La disequazione NON è mai verificata

# Disequazioni quoziente

Esercizio 7. Risolvere il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} \dfrac{\sqrt{3}}{x} \geq 0 \\ \dfrac{x-\sqrt{2}}{5x} \leq 0 \\ x^3 + x > 0 \end{cases}$$

$0 < x \leq \sqrt{2}$ è la soluzione